**UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL NORTE**
FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento de Física

# *Imaging* indirecto de una muestra de Variables Cataclísmicas

Penélope Longa-Peña

Profesor Guía: Dr. Eduardo Unda-Sanzana

Antofagasta, Chile

2009

# Índice general

**Índice general** III

**1 Variables Cataclísmicas** **1**
1.1. Motivación . . . 1
1.2. Estructura de una CV . . . 3
1.2.1. Geometría . . . 3
1.2.2. Discos de acreción . . . 6
1.2.3. El *bright spot* . . . 8
1.3. Algunos parámetros orbitales . . . 9
1.3.1. Periodo orbital . . . 9
1.3.2. Fases orbitales . . . 9
1.3.3. Velocidades radiales . . . 10
1.3.4. Inclinación del sistema . . . 10

**2 *Imaging* Indirecto** **11**
2.1. Introducción . . . 11
2.2. Tomografía Doppler . . . 12
2.2.1. Formación de perfiles espectrales con efecto Doppler . . . 12
2.2.2. Inversión de máxima entropía . . . 13
2.2.3. Aproximaciones de la Tomografía Doppler . . . 15

**3 La Muestra de Variables Catclísmicas** **17**
3.1. V1040 Cen . . . 17
3.1.1. Introducción . . . 17

3.1.2. Observación y reducción . . . . . 18
3.2. GY Cnc . . . . . 19
3.2.1. Introducción . . . . . 19
3.2.2. Observación y reducción . . . . . 19
3.3. RR Pic . . . . . 20
3.3.1. Introducción . . . . . 20
3.3.2. Observación y reducción . . . . . 20

**4 Resultados** **22**
4.1. V1040 Cen . . . . . 22
4.1.1. Espectro promedio . . . . . 22
4.1.2. *Trailed spectra* . . . . . 23
4.1.3. Tomografía Doppler . . . . . 23
4.2. GY Cnc . . . . . 25
4.2.1. Espectro promedio . . . . . 25
4.2.2. *Trailed spectra* . . . . . 26
4.2.3. Tomografía Doppler . . . . . 26
4.3. RR Pic . . . . . 28
4.3.1. Espectro promedio . . . . . 28
4.3.2. *Trailed spectra* . . . . . 28
4.3.3. Tomografía Doppler . . . . . 29

**5 Discusiones** **30**
5.1. V1040 Cen . . . . . 30
5.2. GY Cnc . . . . . 32
5.3. RR Pic . . . . . 32

**6 Conclusiones** **35**

**Bibliografía** **37**

# Agradecimientos

Quisiera agradecer a Eduardo, por ser siempre una guía y una inspiración, por estar siempre dispuesto a enseñarme y mostrarme el camino de la ciencia, pero por sobretodas las cosas, por confiar en mi.

# Resumen

Las estrellas Variables Cataclísmicas (Cataclysmic Variable stars, CVs de ahora en adelante) son sistemas binarios semi-separados compuestos de una enana blanca (estrella primaria) y una estrella menos masiva de la secuencia principal (estrella secundaria), con un periodo orbital generalmente entre 80 y 700 minutos. Entre estas dos estrellas existe transferencia de material, desde la secundaria a la primaria, pero debido a la conservación del momentum angular, el material no se asienta directamente en la superficie de la primaria y forma un disco de acreción en torno a ella. Ya formado el disco de acreción, el material transferido choca contra el borde externo del disco. Esto genera un punto brillante, el cual emite hasta el $\sim 30\,\%$ de la luminosidad total del sistema. Las CVs nos proveen un ambiente único para estudiar dos grandes procesos: discos de acreción y evolución de estrellas binarias. Son nuestra mayor fuente de información acerca del proceso de acreción, el cual es clave para comprender desde la formación de nuevos planetas hasta los energéticos cuásares. Desafortunadamente, la representación espacial de las CVs está lejos de las capacidades de la tecnología astronómica actual, ya que su tamaño físico es comparable al del Sol. Se han desarrollado varias técnicas para obtener información sobre la estructura de las CVs por medios indirectos. Entre ellos, uno de las más usadas actualmente es la tomografía Doppler [15]. Usando la tomografía Doppler, podemos obtener un mapa del sistema en espacio de velocidades que no es fácil traducir a espacio de posición, pero es muy útil para observar las características del disco de acreción y su actividad. El propósito de esta investigación es obtener tomogramas de estrellas CV de una muestra de objetos cuya información no es conocida a cabalidad y por medio de datos de archivo, recuperar la mayor cantidad de información sobre sus discos de acreción.

CAPÍTULO

# 1 Variables Cataclísmicas

## 1.1. Motivación

Una CV es un sistema binario formado por una estrella enana blanca (también llamada en CVs estrella primaria), el estado final de evolución de una estrella de masa no mayor que 1,4 $M_{\odot}$, con una enorme densidad (aproximadamente $10^6 - 10^7\ gcm^{-3}$), y otra estrella común poco masiva típicamente de la secuencia principal (llamada en CVs estrella secundaria), orbitando tan cerca una de la otra que la estrella común se ve afectada gravitacionalmente, distorsionando su forma esférica hasta parecer una gota y transfiriendo material hacia la enana blanca (figura1.1). A causa de la conservación de momentum angular, el material que cae no puede sumergirse directamente en la superficie de la primaria y, a menos que ésta tenga un campo magnético considerable, el material forma un disco de acreción a su alrededor [3].

Las CVs nos proveen de un ambiente único para el estudio de dos procesos fundamentales: los discos de acreción y el comportamiento de las estrellas binarias. El estudio de las CVs es importante para comprender los discos de acreción ya que los discos de estas estrellas son relativamente cercanos en comparación con otros objetos del Universo con discos de acreción (y de ahí brillantes) y sus dinámicas se caracterizan por desarrollarse en tiempos relativamente cortos (horas, semanas) comparado con otros objetos de interés con discos de acreción como las galaxias activas. La observación fotométrica y espectroscópica de CVs permite determinar sus periodos orbitales y en varios casos las masas, inclinaciones, temperaturas e incluso esbozar la estructura del sistema. Conociendo las velocidades radiales de las estrellas en el sistema podemos generar mapas bidimensionales de

Figura 1.1: Ilustración artística de una CV, cortesía de Mark A. Garlik. Vemos en primer plano izquierdo la estrella secundaria, traspasando material y la primaria, a la derecha, con su disco de acreción. El punto de impacto del chorro de material en el disco de acreción se conoce como *bright spot* o "mancha brillante."

alta resolución de la estructura del disco gracias a técnicas como la tomografía Doppler. Además, como ocurre en general con los sistemas binarios, proporcionan el mejor método para determinar la masa de una estrella distante, pues se aplican los principios básicos de la física a su tratamiento.

Las técnicas de *imaging* indirecto que han sido aplicadas con éxito al estudio de las CVs, han ido mejorando su calidad a medida que ha mejorado la tecnología observacional. Debido a esto, los datos entregados sobre la estructura de las mismas son más precisos y han permitido algunas veces conocer y otras confirmar, distintas características del proceso de acreción [18].

El compilado de Tomografías Doppler existente en línea fue realizado por Kaitchuck et al [12], contando con el mayor número de tomogramas disponibles como referencia para 18 sistemas. Lamentablemente, la calidad de estos tomogramas no es la mejor, ya que por una parte, la calidad de los datos de Kaitchuck es pobre comparada con lo que podemos conseguir hoy en día con espectrógrafos más modernos y por otro lado, la versión on-line de este atlas se encuentra escaneada

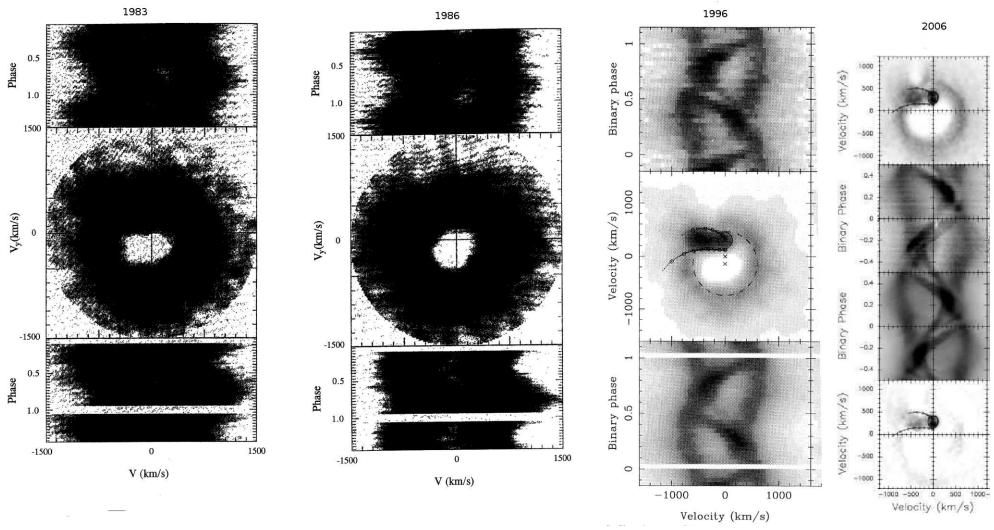


Figura 1.2: Tomogramas para la línea H$\beta$ de U Gem, encontrados en la literatura a través de los años. Los dos primeros de izquierda a derecha son tomogramas de Kaitchuck et al [12]. De arriba a abajo en estas dos imágenes se muestran: *trailed spectra* de los datos originales, el tomograma mismo, la imagen del *trail* creada a partir del tomograma. La tercera figura de derecha a izquierda es el tomograma del sistema por Marsh et al [16], donde el panel superior tiene el *trailed espectra* de los espectros observados, el panel del centro tiene el tomograma generado con esos datos y el panel inferior muestra el *trail* creado a partir del tomograma. La última figura de la derecha muestra el tomograma del sistema por Unda et al [29] donde se muestra de arriba hacia abajo: el tomograma Doppler, los *trailed spectra* con los que fueron calculados los tomogramas, los datos creados a partir del tomograma y el tomograma con la parte simétrica sustraída. En la parte superior de la figura aparecen los años en que los tomogramas fueron generados.

en baja calidad, haciendo muy dificil su clara interpretación. Esto hace evidente la necesidad de generar y publicar tomogramas de alta resolución. Para ejemplificar la diferencia entre los tomogramas a través del tiempo, la figura 1.2 muestra cuatro tomogramas para la línea H$\beta$ del sistema U Gem. Las cuatro imágenes fueron tomadas de publicaciones encontradas en línea. Las imágenes están ordenadas por tiempo en orden ascendente, siendo la más antigua la de la izquierda y la más moderna la de la derecha. A simple vista, la calidad de los tomogramas generados para la misma línea del mismo sistema a mejorado mucho al pasar de los años, siendo una de las principales razones la diferencia en la calidad de los datos.

## 1.2. Estructura de una CV

### 1.2.1. Geometría

Como se dijo en la sección 1.1, en una CV las estrellas se encuentran tan cerca una de la otra que la estrella primaria, debido a su gran densidad y pequeño tamaño, deforma a la estrella secundaria hasta que las capas exteriores, menos atadas a la gravedad de la propia estrella, se ven atraídas hacia la enana blanca. Dada la función potencial definida en todo el espacio $\Phi = C$, donde C es constante, podemos dibujar una superficie sobre la cual el potencial es constante. Tal superficie es llamada una superficie equipotencial. En una CV, la superficie equipotencial de la estrella en el punto crítico donde comenzará a transferir masa a su compañera es llamada lóbulo de Roche, la línea interior más marcada en la figura 1.3.

Cualquier flujo de gas entre una estrella y otra va a estar gobernado por la ecuación de Euler para la dinámica de los gases [4]:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \cdot \nabla v = -\nabla P + f \tag{1.1}$$

Si escribimos la ecuación 1.1 en un marco de referencia que rote con las binarias, con una velocidad angular $\omega$ relativa a un marco inercial, se introducen términos extra a la ecuación de Euler debido a las fuerzas centrífuga y de Coriolis, tomando la forma:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) v = -\nabla \Phi_R - 2\omega \times v - \frac{1}{\rho} \nabla P \tag{1.2}$$

Con $\omega$ siendo el valor de la velocidad angular de la binaria, el término $-2\omega \wedge v$ la fuerza de Coriolis por unidad de masa y $-\nabla \Phi_R$ incluyendo el efecto de las fuerzas centrífuga y gravitacional.

$\Phi_R$ se conoce como el potencial de Roche y está dado por:

$$\Phi_R(r) = \frac{-GM_1}{|r - r_1|} - \frac{-GM_2}{|r - r_2|} - \frac{1}{2}(\omega \times r)^2 \tag{1.3}$$

donde $r_1$ y $r_2$ son los vectores posición de los centros de cada estrella.

La forma de las superficies equipotenciales vistas desde un punto P en torno al sistema está gobernada completamente por la cantidad q, la razón de masas:

$$\phi_n = \frac{-2\phi}{G(M_1 + M_2)} = \frac{2}{r_1(1+q)} + \frac{2q}{r_2(1+q)} + \left(x - \frac{q}{1+q}\right)^2 + y^2 \tag{1.4}$$

donde $\phi_n$ es el potencial normalizado, $r_1$ y $r_2$ son las distancias del punto P a la primaria y a la secundaria respectivamente $y$ es la distancia vertical del punto P al eje de rotación del sistema y G es la constante de gravitación universal.

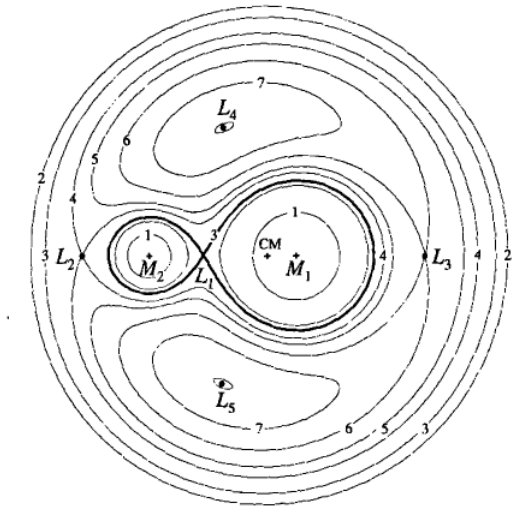


Figura 1.3: Figura tomada de "Accretion Power in Astrophysics" [4]. Las líneas sólidas delgadas representan superficies equipotenciales donde $\Phi_R = cte$. Las líneas gruesas muestran el lóbulo de Roche. Se muestra el centro de masa (marcado CM) y los puntos de Lagrange de $L_1$a$L_5$.

La razón de masas está dada por:

$$q = \frac{M_2}{M_1} \tag{1.5}$$

donde $M_1$ y $M_2$ son la masa de la estrella primaria y secundaria respectivamente.

La figura 1.3 representa las superficies equipotenciales de un sistema con $q = 0{,}25$.

Los puntos marcados $M_1$ y $M_2$ representan las estrellas del sistema y sus respectivas masas. La separación entre las masas, $a$, gobierna la escala total de las superficies equipotenciales y está dada en términos del periodo orbital $P$ a través de la ley de Kepler:

$$4\pi^2 a^3 = G(M_1 + M_2)P^2 \tag{1.6}$$

En una CV, la estrella secundaria llena su lóbulo de Roche, comenzando a transferir material hacia la primaria. Este proceso es conocido como desbordamiento del lóbulo de Roche.

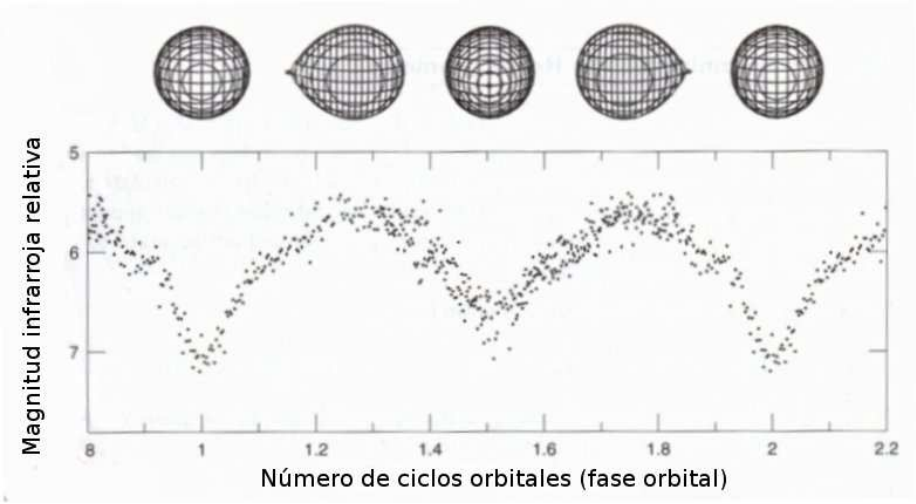


Figura 1.4: Ejemplo de modulación elipsoidal

El punto de intersección de los lóbulos de Roche de cada estrella, es el lugar por donde el material se transfiere de una estrella a otra y se llama punto interno de Lagrange.

Cuando una estrella secundaria llena su lóbulo de Roche, queda inmediatamente restringida a girar a la misma velocidad a la que orbita (*tidal locking*). Debido a esto, la estrella ajusta su periodo rotacional para que calce con su periodo orbital. Así el material se mantiene dentro del lóbulo.

La forma distorsionada de la secundaria puede ser detectada observacionalmente. Vista de lado (figura1.4) la secundaria nos muestra su máxima área superficial y por lo tanto, parece más brillante. Esto ocurre un cuarto de ciclo antes o después del eclipse. Pero cuando su deformación está en línea con nosotros, vemos menos área y eso la hace parecer menos brillante. A este efecto se le llama modulación elipsoidal.

### 1.2.2. Discos de acreción

Una consecuencia directa de la transferencia de material por medio del desbordamiento del lóbulo de Roche (que ocurre en las CV) es que debido al momentum angular que trae el material, no puede acretar directamente sobre la primaria.

En el rango visible, el componente determinante de las estrellas CVs es el disco de acreción. El disco de acreción es un disco circular de material, destinado a asentarse sobre la estrella primaria avanzando hacia su centro.

Para entender la formación del disco de acreción tenemos que tomar en cuenta que las estrellas del sistema giran sobre su propio eje y una alrededor de la otra. Cuando la estrella secundaria llena su lóbulo de Roche y el material comienza a ser atraído hacia la primaria, el material sale del punto $L_1$ con un momentum angular $L$.

El momentum angular de un punto del disco con respecto al origen se define como

$$L = r \times p \tag{1.7}$$

Donde r es la distancia de la partícula al origen y

$$p = m \cdot v \tag{1.8}$$

siendo m la masa del objeto y v la velocidad a la que gira. Si el objeto no está sujeto a ninguna fuerza de torque externa, como es el caso de un sistema binario, su momentum angular es conservado.

El material que sale entonces desde el punto $L_1$ tiende a asentarse en la órbita de menor energía para un determinado momentum: una órbita circular. Por lo tanto el primer material que comience a orbitar la primaria con una órbita Kepleriana en el plano de la binaria lo hará en una órbita $R_{circ}$ tal que la órbita en $R_{circ}$ tendrá el mismo momentum específico que cuando salió del punto $L_1$. El radio $R_{circ}$ es llamado radio de circularización y se escribe como [4]:

$$\frac{R_{circ}}{a} = (1+q)[0{,}500 - 0{,}227 \log q]^4 \tag{1.9}$$

En muchos casos, la masa total del disco es tan pequeña y su densidad tan baja con respecto a la estrella primaria, que podemos ignorar los efectos gravitacionales del mismo disco. Entonces, podemos pensar en órbitas Keplerianas circulares, con velocidad angular:

$$\Omega_K(R) = \left(\frac{GM_1}{R^3}\right)^{1/2} \tag{1.10}$$

Debido a que el material que fluye de la secundaria a la primaria lo hace en una corriente continua, la configuración será un anillo de material con $R = R_{circ}$. En este anillo actuarán procesos disipativos, y parte de la energía del anillo se perderá en forma de radiación. La pérdida de energía lleva al material a orbitar más cerca de la primaria, esto en cambio requiere un pérdida de momentum angular de parte del material. El material entonces comienza a girar en radios cada vez más pequeños, creando así un disco de acreción. En ausencia de torques externos, como es el caso en el disco de acreción, la pérdida de momentum angular solo puede ocurrir por transferencia desde los anillos interiores hacia los exteriores

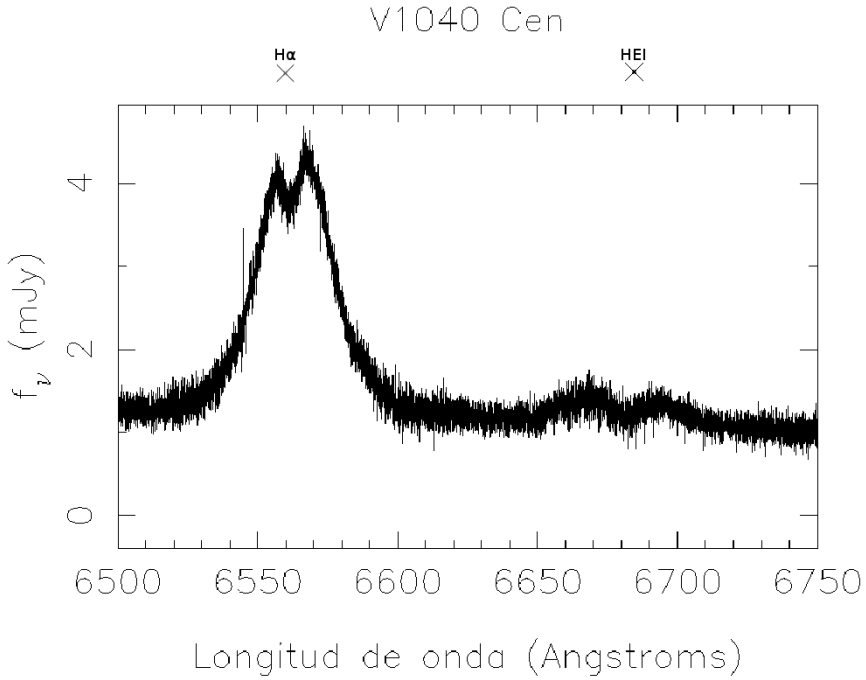


Figura 1.5: Espectro de la V1040 Cen, una estrella CV. Se puede ver claramente la estructura de picos dobles en las líneas de emisión $H\alpha$ y HeI

por los torques internos del sistema. Debido a que el disco no es rígido, las partes internas giran más rápido que las externas (la fuerza de atracción gravitacional es más fuerte hacia el centro del disco), es decir, cada anillo del disco rota a una velocidad kepleriana local. Cualquier viscosidad del material se opone al movimiento deslizante e intenta forzar al anillo adyacente a rotar a su misma velocidad. Esto provoca que el anillo exterior acelere (entregándole momentum angular) mientras el anillo interno desacelere (perdiendo su momentum angular); por lo tanto, la viscosidad del disco causa que el momentum angular fluya hacia el exterior. Cerca del borde del disco, otros procesos se liberan finalmente del momentum angular, usualmente regresándolo a la órbita de la binaria y finalmente de regreso a la estrella secundaria.

El disco tiene temperaturas altísimas en su centro (~30000K) y son relativamente fríos en el exterior (~5000 K) [C. Hellier 2001 [6]], por lo que espectralmente, no puede ser tratado como una sola entidad. Una de las formas de aproximar el disco es asumir que cada anillo del disco emite como un cuerpo negro a una temperatura local apropiada y luego sumar los espectros del cuerpo negro para

cada anillo (ponderado según su área). Esto, sumado al efecto doppler diferente en cada región del disco a una velocidad diferente, produce una característica estructura de picos dobles en emisión (figura1.5).

El espectro de una CV es la superposición de los espectros de sus componentes. Dado que el disco es el principal componente del sistema, esta emisión de picos dobles es habitualmente la firma espectroscópica de una CV.

### 1.2.3. El *bright spot*

Cuando el disco de acreción está formado, el flujo de material entrando desde la secundaria choca con el borde externo del disco, formando un punto brillante o *bright spot*. En este punto, el material que caía en forma radial, choca con el material en la órbita circular.

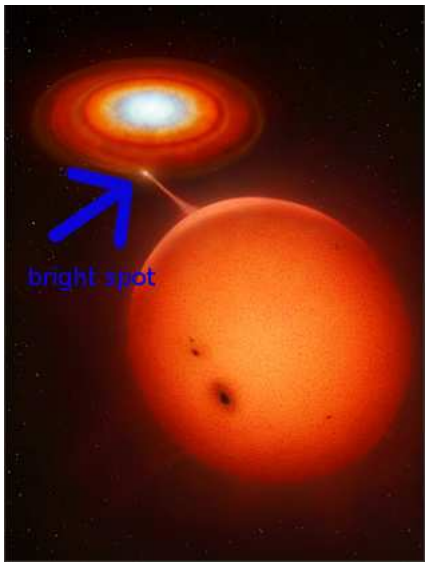


Figura 1.6: La posición del *bright spot* está señalada por la flecha azul

La energía cinética del material durante la colisión se convierte en calor y es irradiada. Debido a esto, en algunas CVs, el *bright spot* emite $\sim 30\,\%$ de la luz total del sistema, de ahí su nombre. Observacionalmente, una primera evidencia de la existencia del *bright spot* son los llamados *orbital humps*, un aumento de emisión producido por el *brigth spot* cuando apunta hacia nosotros. Este fenómeno es visible en la figura 1.7 entre las fases 0.65 y 1.1. Seguido del *orbital hump*, marcado con las "$H''$ superiores, se encuentra el eclipse del *bright spot*, es decir, un descen-

so de las cuentas por segundo, lo cual es una segunda evidencia de su existencia. Las "$H''$ inferiores denotan el eclipse de la primaria.

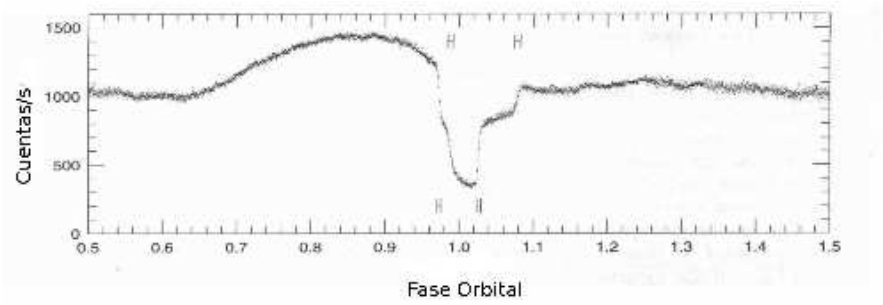


Figura 1.7: Ejemplo de *orbital humps* . Las $''H''$ inferiores denotan la entrada y salida de la primaria al eclipse. Las $''H''$ superiores son lo mismo para el *bright spot*. El *orbital hump* se ve entre las fases 0,65 y 1,1, siendo interrumpido por el eclipse

## 1.3. Algunos parámetros orbitales

### 1.3.1. Periodo orbital

El periodo orbital es el tiempo en que un objeto tarda en completar una órbita en torno a un punto de referencia. Si observamos un sistema por un lapso prolongado contaremos con información suficiente sobre el sistema. Estas observaciones pueden ser del tipo fotométrico o espectroscópico. En el caso fotométrico se busca periodicidades en la variación del brillo del sistema con el tiempo (curva de luz). En el caso espectroscópico, se utilizan las velocidades radiales del sistema para obtener un gráfico de velocidad versus tiempo y a partir de esto encontrar una periodicidad que me permita determinar el periodo orbital.

### 1.3.2. Fases orbitales

Cuando la estrella binaria orbita en torno a su centro de masa, dependiendo de su posición relativa con respecto a la Tierra, pasa por diversas etapas. Estas diferentes etapas son las llamadas fases orbitales del sistema.

Cuando la estrella primaria se encuentra alineada con el centro de masa y el observador, se produce la *fase cero*, como se muestra en la figura 1.8. La fase orbital va de 0 hasta 1. En la figura se muestran las fases 0,25, 0,5 y 0,75, creciendo en

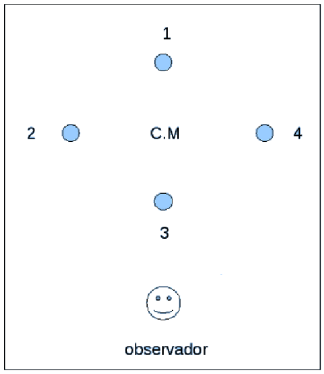


Figura 1.8: Esquema de fases. C.M. es el centro de masa del sistema. El círculo celeste representa a la estrella primaria.

sentido antihorario desde la fase cero. Cuando la estrella primaria alcanza nuevamente el punto de partida o fase cero, esta será al mismo tiempo la fase 1 del ciclo orbital actual y la fase cero del ciclo siguiente.

### 1.3.3. Velocidades radiales

La componente dominante de emisión de las CVs es el disco de acreción. Debido a esto, en general es difícil o imposible observar las líneas de absorción de la primaria, por lo que no es posible determinar la velocidad radial de la primaria, $K_1$ directamente. Un método indirecto es asumir que el disco está centrado en la primaria y estudiar el movimiento del centro del disco en torno al centro de masa del sistema como estimación del movimiento de la primaria. Debido a que el disco rota, nuestro perfil espectral estará dominado por el efecto Doppler, ya que las velocidades de las componentes del disco que, dependiendo de la inclinación con la que se encuentren, se acercan o sea alejan de la Tierra. Este efecto es más notorio si el ángulo de inclinanción del sistema $i$ es mayor y viceversa.

La velocidad del sistema se calcula como:

$$V = c\frac{\lambda_D - \lambda_0}{\lambda_0} = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \tag{1.11}$$

donde $\lambda_D$ es la longitud de onda en que localizamos la emisión del centro del disco, $\lambda_0$ es la longitud de onda real y c es la velocidad de la luz.

Debido a que el sistema no se encuentra alineado con respecto a la Tierra (observador), las velocidades medidas son radiales, es decir, la componente que di-

rectamente se aleja o se acerca a la tierra de la estrella primaria ($K_1$) y de la estrella secundaria ($K_2$).

### 1.3.4. Inclinación del sistema

La inclinación del sistema puede ser medida fiablemente sólo en un sistema eclipsante (Hellier, 2002[6]). Si existe un eclipse de la enana blanca, es detectado en el espectro de la estrella como una disminución periódica del brillo del sistema. El hecho de que la enana blanca eclipse, restringe el ángulo de inclinación a $75^o \leq i \leq 90^o$. Si el eclipse es sólo del *bright spot*, entonces, el ángulo de inclinación estará restringido a $60^o \leq i \leq 75^o$. La duración del eclipse está determinada por los parámetros i, q y $P_{orb}$

CAPÍTULO

# 2 *Imaging* Indirecto

## 2.1. Introducción

El mejor ambiente para estudiar los discos de acreción es suministrado por estrellas binarias con intercambio de material, tales como las CVs. En estos sistemas, la temperatura del disco puede variar desde los $5000K$ en las regiones externas hasta los $50000K$ en las regiones más cercanas a la enana blanca. De una forma similar, puede también variar la densidad superficial del disco, así diferentes regiones del mismo disco pueden emitir espectros muy diferentes. En adición, la luz integrada del sistema es una contribución de la primaria, la secundaria, el disco y el *bright spot*. Ya que lo que observamos directamente es una combinación del espectro emitido de las distintas fuentes, la interpretación de los datos específicos del disco está plagada de ambigüedades asociadas al espectro compuesto. La manera más efectiva de superar estas ambigüedades es con datos con resolución espacial, pero esto no es posible de manera directa debido a nuestras capacidades tecnológicas actuales. Existen otras técnicas para resolver los espectros de las componentes de la CVs tales como el *spectra disentangling* [2]

En los años 80's, se desarrollaron dos técnicas de *imaging* indirecto que proveen restricciones de resolución espacial sobre los discos de acreción en escalas angulares de los micro segundos. Esto va mucho más allá que las técnicas actuales de *imaging* directo. Una de ellas es la Tomografía Doppler, desarrollada por Marsh y Horne [15]. Esta técnica usa las variaciones en las líneas de emisión de perfiles espectroscópicos asociadas al efecto Doppler, para probar la dinámica de los discos de acreción. El Tomograma Doppler es aplicable a sistemas con un gran rango de inclinación orbital.

La otra técnica es el *Eclipse Mapping* (Horne [8]). Esta técnica usa la información contenida en la forma del eclipse en una curva de luz, es decir, un gráfico de la variación del brillo de la estrella con el tiempo, para construir un mapa de la contribución del brillo superficial del disco de acreción.

## 2.2. Tomografía Doppler

### 2.2.1. Formación de perfiles espectrales con efecto Doppler

En una CV típica, las velocidades orbitales pueden ser de algunos miles de km/s. Es por esto que los perfiles de velocidad de las líneas están determinados por el efecto Doppler. Debido a la distribución de velocidades en el disco de acreción, se forma una estructura de picos dobles, característica de las CVs (ver sección 1.2.2).

En la CV, un punto dado puede definirse por su posición en el espacio, pero también por su velocidad $(K_x, K_y)$ [15]. Debido a que las líneas de emisión en el perfil espectral pueden provenir no solo del disco de acreción, no podemos asumir que todas las emisiones provienen de un campo de velocidad Kepleriano, por lo que no es trivial traducir de espacio de velocidad a espacio de posición. Es por esto que los mapas Doppler serán imágenes en coordenadas de velocidad. Esta velocidad no será relativa a un marco rotante, sino que a un marco inercial. Las velocidades en un marco inercial cambian mientras la binaria rota por lo que para definir valores únicos de $K_x$ y $K_y$, deben ser medidos en una fase orbital particular. Un punto de emisión formará una "S-wave", una curva de velocidad radial sinusoidal (1.2.2) donde la velocidad en una fase $\phi$ es:

$$V_R = \gamma - K_x \cos 2\pi\phi + K_y \sin 2\pi\phi, \tag{2.1}$$

donde $\gamma$ es la velocidad del centro de masa del sistema.

En la figura 2.2, el disco de la derecha muestra líneas de isovelocidad en un disco de acreción en rotación Kepleriana. El disco de la izquierda muestra su equivalente en coordenadas de velocidad. Para leer un mapa Doppler de una CV en espacio de velocidad, se deben entonces tener en cuenta varias consideraciones. Primero, el centro de masa se encontraría en el origen de las coordenadas de velocidad, ya que por conveniencia su velocidad radial se considera cero. Por otro lado debemos notar que dentro del disco de acreción, las mayores velocidades ocurren cerca de la enana blanca. En espacio de velocidad tales puntos se encuentran alejados del origen, por lo que el borde externo del disco en espacio de posición se transforma en el borde interno en espacio de velocidad. El disco aparece entonces de adentro hacia afuera en espacio de velocidad, y ya que la velocidad en un

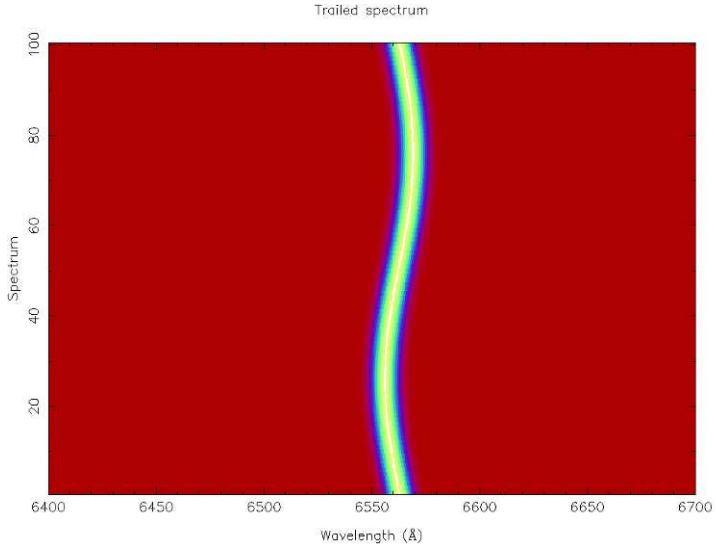


Figura 2.1: Simulación de una "S-wave". Estas son un efecto de la principal característica de las CVs, líneas de emisión con picos dobles debido al efecto Doppler en el disco de acreción, aparecen al desplegar en secuencia una serie de espectros tomados a lo largo del ciclo orbital.

disco Kepleriano es perpendicular al radio, todos los puntos aparecen rotados $90^o$ en sentido antihorario entre el diagrama en espacio de posición y velocidad. Con respecto a la estrella secundaria, ésta se encuentra fija en el marco rotante de la binaria. Lo mismo pasa con la estrella primaria, aunque por su tamaño no podemos ver su estructura. Todo punto fijo en la binaria rota rígidamente, con velocidades proporcionales a la distancia al eje de rotación y por lo tanto la forma de la secundaria, proyectada sobre el plano orbital es preservada, aunque aparece rotada $90^o$ por la misma razón explicada más arriba.

Con la definición de velocidad dada por la ecuación 2.1, la fase orbital cero corresponde a una proyección en la dirección positiva de $K_y$, la fase 0.25 corresponde a la dirección $K_x$ positiva, la fase 0.5 a la dirección $K_y$ negativa y así sucesivamente. Entonces se puede pensar en la formación del perfil espectral de una línea en una fase particular como una proyección de la imagen a lo largo de una dirección definida por la fase orbital. Una serie de perfiles de línea en diferentes fases orbitales, son entonces un set de proyecciones de una misma imagen en diferentes ángulos (ver figura 2.3). Con esta idea en mente, dos imágenes con media fase de separación entre ellas se verían como el reflejo de un espejo.

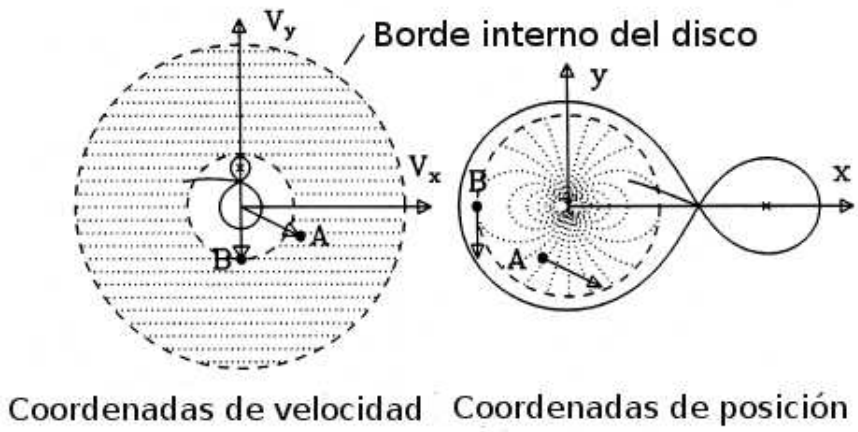


Figura 2.2: El panel de la izquierda muestra líneas de isovelocidad en espacio de velocidad. Las mismas líneas se pueden ver en el panel de la derecha en espacio de posición. Los puntos A y B son equivalentes entre una figura y otra (Figura de Marsh y Horne 1988 [15]).

### 2.2.2. Inversión de máxima entropía

El método de inversión de máxima entropía (Maximum Entropy Inversion, de ahora en adelante MEM), es una de las mejores maneras de reconstruir un mapa Doppler de datos espectroscópicos. Teniendo un "trailed spectra", el procedimiento del MEM es localizar el mapa Doppler más suave o "simple" que se ajuste a los datos en cierto nivel de $\chi^2$.

La entropía como concepto fue introducida por Boltzmann en la mecánica estadística como la medida de el número de formas microscópicas en que se puede lograr un estado macroscópico. Para $W$ alternativas, cada una con una probabilidad de $p_w = 1/W$, la entropía se define como [20]:

$$S = \ln W = -\ln p_w \tag{2.2}$$

Esta ecuación se puede generalizar. Para $i$ alternativas existen $p_i$, escribiendo el siguiente promedio:

$$S = -\sum_i p_i \ln p_i \tag{2.3}$$

La generalización directa de la ecuación 2.3 para una variable continua con densidad de probabilidad $p(X)$ es

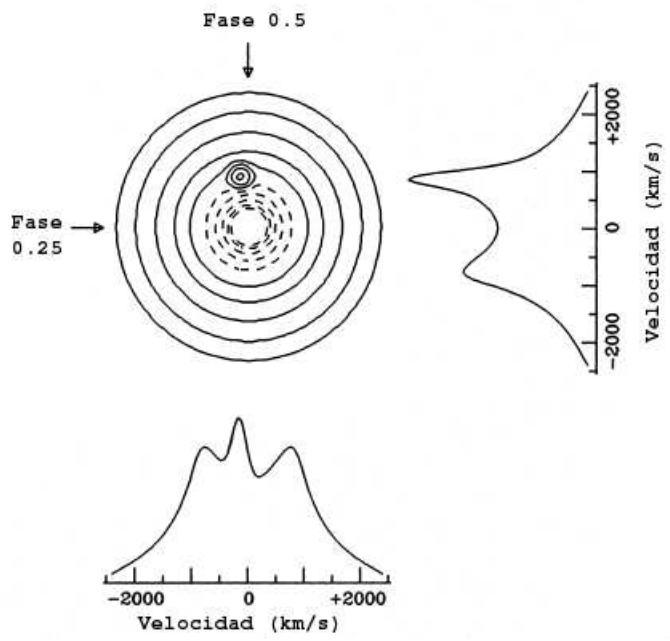


Figura 2.3: Perfiles de línea formados por proyección en dos fases diferentes de la imagen en espacio de velocidad de un disco. Si observamos el sistema (figura del centro) en la fase 0.25, izquierda, veremos el perfil espectral de la derecha, los picos dobles se formarán por efecto Doppler y el pico de la derecha será una combinación de la emisión del disco y el *bright spot*. A una fase de 0.5, arriba, se verá el perfil espectral mostrado en la figura inferior, donde la emisión del *bright spot* se ve en medio de los picos dobles formados por el efecto Doppler en el disco de acreción.

$$S = -\int p(X)\ln[p(X)]dX \tag{2.4}$$

Si quisieramos cambiar a una nueva variable Y con densidad $q(Y)$ (sea $pdX = qdY$), la entropía se leería:
$S = -\int q(Y)\ln\left[\frac{q(Y)}{J(Y)}\right]dY$,

donde $J(Y)(=\frac{dX}{dY}$ en una dimensión) es el Jacobiano de la transformación de $Y$ a $X$, por lo que en general la entropía debe ser escrita como

$$S = -\int p(X)\ln\left[\frac{p(X)}{p_0(X)}\right]dX, \tag{2.5}$$

donde $p_0(X)$ contiene la información sobre el sistema de coordenadas utilizado. Para una variable discreta, $p_0(X)$ sería equivalente a un factor de degeneración $g_i$ asociado al estado $i$. La probabilidad $p_i$ debe ser distribuida sobre los $g_i$ estados y sumando las contribuciones conseguimos:
$S = -\sum_i p_i \ln(p_i/gi)$
En la aplicación a *imaging* indirecto, $g_i$ se define como $q_i$ quedando [15]:

$$S = -\sum_i p_i \ln\left(\frac{p_i}{qi}\right) \tag{2.6}$$

donde

$$q_i = \frac{D_i}{\sum_j D_j}, \tag{2.7}$$

y

$$p_i = \frac{I_i}{\sum_j I_j} \tag{2.8}$$

donde I es la imagen, D es la imagen por *default* y j va desde 1 hasta el total de estados posibles. Si es que no hubiese ninguna restricción para los datos, la maximización de S nos daría $p_i = q_i$, es decir, la imagen I sería idéntica a la imagen D y de ahí su nombre de imagen por *default*.

El perfil de línea de un sistema puede ser expresado como [18]:

$$f(V,\phi) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} I(V_x,V_y)[g(V-V_R)]\,dV_x\,dV_y, \tag{2.9}$$

donde $I(V_x,V_y)$ es la imagen de un sistema (definida en función de la velocidad) y g es una función que representa el perfil de la línea visto desde cualquier punto en la imagen.

Una inversión de esta ecuación para obtener una imagen desde un perfil espectral, no puede ser realizada sin la consideración de la entropía máxima, ya que $f(V,\phi)$ puede satisfacerse por un número infinito de mapas diferentes el uno de el otro y a diferentes frecuencias medidas. La condición de que la entropía sea máxima selecciona una entre estas muchas soluciones, regularizando el problema.

El MEM requiere probar datos generados en cualquier fase orbital y compararlos con los datos observados. Para esto usaremos el método de $\chi^2$, el cual mide qué tan bueno es el ajuste entre uno y otro [20]. Esto requiere de muchas iteraciones hasta que $\chi^2$ es lo suficientemente pequeño para que los datos generados y los datos observados sean consistentes.

Existen programas diseñados para realizar estas iteraciones. Durante el desarrollo de esta investigación, la generación de tomogramas Doppler fue realizada con el software "Doppler" programado por Tom Marsh [17].

### 2.2.3. Aproximaciones de la Tomografía Doppler

Para hacer posible la realización de un mapa Doppler, es necesario modelar ciertas aproximaciones:

1.- Todos los puntos son visibles en todos los tiempos.
2.- El flujo de cualquier punto fijo en el marco rotante es constante.
3.- Todo movimiento es paralelo al plano orbital.
4.-Todos los vectores de velocidad rotan con la estrella binaria.
5.-El ancho intrínseco de el perfil desde cualquier punto es despreciable.

Y a pesar de que existen algunos casos en los que no se cumplen uno o varios de estos puntos, no significa que los mapas resultantes no sean de utilidad, sino que el mapa es una interpretación de los datos dentro de un modelo específico de sistemas binarios y el mapa resultante calzará con la realidad tanto como lo haga el modelo [18].

CAPÍTULO

# 3 La Muestra de Variables Catclísmicas

Originalmente esta investigación, además de los tomogramas con datos de archivo, incluiría también *eclipse mapping* de una muestra de Variables Cataclísmicas visibles desde el observatorio Cerro Armazones de la Universidad Católica del Norte. Una muestra que cumpliera con los criterios anteriores fue seleccionada previamente, pero debido a problemas técnicos en el observatorio no fue posible la obtención de datos nuevos, reduciendo la muestra de CVs a datos de achivo de tres estrellas. Los datos con los que se trabajó, tienen en general baja señal a ruido, ya que la técnica utilizada para generar los tomogramas es tomar varias órbitas y promediarlas en fase (*binning* de fase), para así rescatar tanto detalle como sea posible sin perder mucha resolución temporal.

## 3.1. V1040 Cen

### 3.1.1. Introducción

V1040 Cen fue catalogada por primera vez como una CV en 1988 por Motch et al [19] cuando fue observada en una identificación óptica de 76 fuentes en el círculo de error del 93 ROSAT survey. En el cuadro 3.1 se muestran algunos datos de V1040 Cen disponibles en la base de datos virtual SIMBAD [25] y otras derivadas de un trabajo previo [28].

En el año 2003 Patterson et al [21] retoman el estudio óptico de V1040 Cen, estimando con fotometría su periodo orbital en 0.06215(10) días, en base a un

| Dato | Valor | Fuente |
|---|---|---|
| R.A. | 11 55 27.10<br>ICRS coord. (ep=2000 eq=2000) | SIMBAD [25] |
| Dec. | -56 41 53.2<br>ICRS coord. (ep=2000 eq=2000) | SIMBAD [25] |
| B | 13.60 | SIMBAD [25] |
| J | 16.295 [0,126] | SIMBAD [25] |
| H | 15,791 [0,149] | SIMBAD [25] |
| Periodo orbital | 0.06049(10) días | E. Unda-Sanzana<br>& P. Longa Peña[28] |
| $K_1$ | 73.3(4.5) km/s | E. Unda-Sanzana<br>& P. Longa Peña[28] |
| $i_{min}$ | $71^o$ | E. Unda-Sanzana<br>& P. Longa Peña[28] |
| $i_{max}$ | $74^o$ | E. Unda-Sanzana<br>& P. Longa Peña[28] |
| $q_{min}$ | 0.23 | E. Unda-Sanzana<br>& P. Longa Peña[28] |
| $q_{max}$ | 0.54 | E. Unda-Sanzana<br>& P. Longa-Peña[28] |

Cuadro 3.1: Datos de V1040 Cen

set mixto de datos obtenidos durante una erupción del sistema, esto complicaba su análisis. Patterson en su paper señala la necesidad de refinar el periodo por métodos espectroscópicos para poder establecer este periodo firmemente.

El año 2008 este análisis fue realizado para mi tesina de licenciatura, estimando por medio de espectroscopía los parámetros señalados en la tabla 3.1.

### 3.1.2. Observación y reducción

Los datos para V1040 Cen fueron tomados con el espectrógrafo UVES (Ultra Violet and Visual Echelle Spectrograph) en el Telescopio UT2 Kueyen, en el observatorio ESO Paranal durante las noches del 10 y 11 de marzo del año 2007.

UVES es un espectrógrafo Echelle de alta resolución en el rango de luz visible y ultravioleta. El rayo de luz del telescopio se divide en 2 brazos (300 - 500 nm, UV a azul y 420 - 1100 nm, visual a rojo) dentro del instrumento. Los dos brazos pueden ser operados por separado, o en paralelo. La resolución espectral para un slit (ranura) de 1 arcsec es de alrededor de 40.000. La resolución máxima (de dos

pixeles) es 80.000 en el brazo azul y 110.000 en el brazo rojo [30].

El cuadro 3.2 muestra las capacidades observacionales y el desempeño del instrumento.

| | AZUL | ROJO |
|---|---|---|
| Resolución del slit | 41.400 | 38.700 |
| Rango de Longitud de Onda | 300 - 500 nm | 420 - 1100 nm |
| Resolución máxima | 80,000 (0.4"slit) | 110,000 (0.3"slit) |
| Detección total de eficiencia cuántica (DQE) | 12 % a 400 nm | 14 % a 600 nm |

Cuadro 3.2: Capacidades y desempeño de UVES

Los datos cuentan con 147 espectros con aproximadamente 75000 pixeles de información. Contienen datos espectroscópicos desde 4800 Å a 6800 Å y fueron reducidos con el pipeline de UVES basado en Midas, y el cual lleva a cabo las calibraciones típicas de una CCD (calibración por *bias*, *flats* y *darks* [9]) más las propias de una observación espectroscópica (*order merging*, traza del espectro, sustracción del cielo y calibración en longitud de onda ).

## 3.2. GY Cnc

### 3.2.1. Introducción

GY Cnc es una CV identificada en 1998 por Bade et al [1] durante las identificaciones Hamburg/RASS de fuentes ROSAT y descubierta como CV por Gänsicke et al. [5]. Fue clasificada como una nova enana eclipsante por Kato et al [13] en el año 2000. En el cuadro 3.3 se muestran algunos datos de GY Cnc.

### 3.2.2. Observación y reducción

Las observaciones fueron realizadas entre el 13 y el 15 enero del año 2001 con el espectrógrafo ISIS (Intermediate dispersion Spectrograph and Imaging System) en el WHT (William Herschel Telescope) en el observatorio La Palma. Se tomaron

| Dato | Valor | Fuente |
|---|---|---|
| R.A. | 09 09 50.55<br>ICRS coord. (ep=2000 eq=2000) | SIMBAD [25] |
| Dec. | +18 49 47.5<br>ICRS coord. (ep=2000 eq=2000) | SIMBAD [25] |
| V | 12.5 | SIMBAD [25] |
| Periodo Orbital | 0.17544251(5) días | T. Kato et al[14] |
| $K_1$ | $115(7)km/s$ | J.R. Thorstensen [27] |
| $K_2$ | $297(15)km/s$ | J.R. Thorstensen [27] |
| $i$ | $77^o$,3(0,9) | J.R. Thorstensen [27] |
| $q$ | 0.387(31) | J.R. Thorstensen [27] |

Cuadro 3.3: Datos de GY Cnc

2 sets de datos, cubriendo rangos en el azul y el rojo, usando las rejillas de mayor resolución [10].

Los datos cuentan con 66 espectros. Contienen datos espectroscópicos desde ~ 4600Å a 5000Å y 210 espectros con datos espectroscópicos desde ~ 6000Å a 6800Å con aproximadamente 1800 pixeles de información. Estos espectros están con sustracción de flat y corregidos por pérdidas en el *slit* por medio de una estrella de comparación. Las escalas de longitud de onda fueron interpoladas de los 2 arcos más cercanos.

## 3.3. RR Pic

### 3.3.1. Introducción

RR Pic es una CV eclipsante descubierta en 1931 por Jones [11]. Pertenece a la sub clase nova, estrellas que tienen *outburst* termonucleares. En la tabla 3.4 se encuentran algunas características de RR Pic.

### 3.3.2. Observación y reducción

Los datos sobre RR Pic constan con 587 espectros entre ~ 4800 Å y 5500 Å y 374 espectros entre ~ 5800Å y 6800Å cona aproximadamente 73000 píxeles de información, tomados con el espectrógrafo UVES durante las noches del 10 y 11 de marzo del año 2007 en el observatorio cerro Paranal. Para otros detalles sobre la observación y la reducción de estos datos, ver sección 3.1.2.

| Dato | Valor | Fuente |
|---|---|---|
| R.A. | 06 35 36.0645<br>ICRS coord. (ep=2000 eq=2000) | SIMBAD [25] |
| Dec. | -62 38 24.298<br>ICRS coord. (ep=2000 eq=2000) | SIMBAD [25] |
| V | 12.0 | SIMBAD [25] |
| Periodo Orbital | 0.1450245(7) días | N. Vogt[31] |
| $K_1$ | $37(1) km/s$ | F. Ribeiro & M. Díaz [22] |
| $K_1$ | $\sim 170(1) km/s$ | L. Schmidtobreick et al [24] |
| $i_{min}$ | $60^o$ | F. Ribeiro & M. Díaz [22] |
| $i_{max}$ | $80^o$ | H. Ritter & U. Kolb [23] |
| $q$ | 0.42 | F. Ribeiro & M. Díaz [22] |

Cuadro 3.4: Datos de RR Pic

CAPÍTULO

# 4 Resultados

## 4.1. V1040 Cen

### 4.1.1. Espectro promedio

Las figuras 4.1 y 4.2 son un espectro promedio de los datos para V1040 Cen. Esta representación disminuye el efecto aleatorio del ruido y permite destacar las características propias de cada espectro.

La figura 4.1 muestra el promedio para el azul del espectro. La línea más prominente es H$\beta$ 4861.327 Å. La figura 4.2 muestra el promedio para el rojo del espectro. La línea más prominente es H$\alpha$ 6562.760 Å.

Una característica notoria son los picos dobles en las líneas de Balmer. Los picos dobles son una primera evidencia de la existencia del disco de acreción alrededor de la primaria (sección 1.2.2). No se observan líneas de absorción evidentes, excepto por una alrededor de 4800 Å. No se le ha podido dar explicación, pero al no tener evidencia de picos dobles podría ser un artefacto producido por la cercanía al final de los datos. Otra característica común entre los espectros es una sinuosidad en el continuo, esta se produjo al utilizar el pipeline de UVES y se cree que es debido a algún error en el proceso de *order merging* debido a la baja señal a ruido de los datos.

### 4.1.2. *Trailed spectra*

Se realizó una normalización por un ajuste polinomial de primer orden al continuo de cada set de datos. El continuo normalizado se sustrajo y se realizó un *phase bining* y luego cada set de datos fue graficado en los *trails* de las figuras 4.3

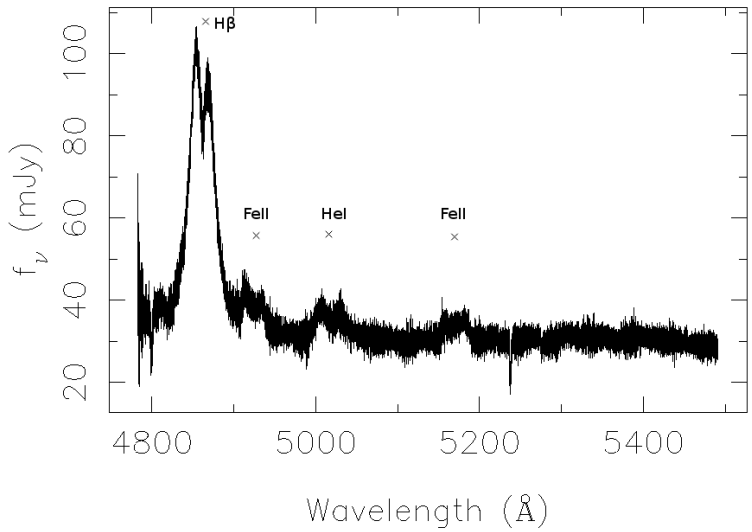


Figura 4.1: Espectro promedio de V1040 Cen. La línea más prominente es H$\beta$

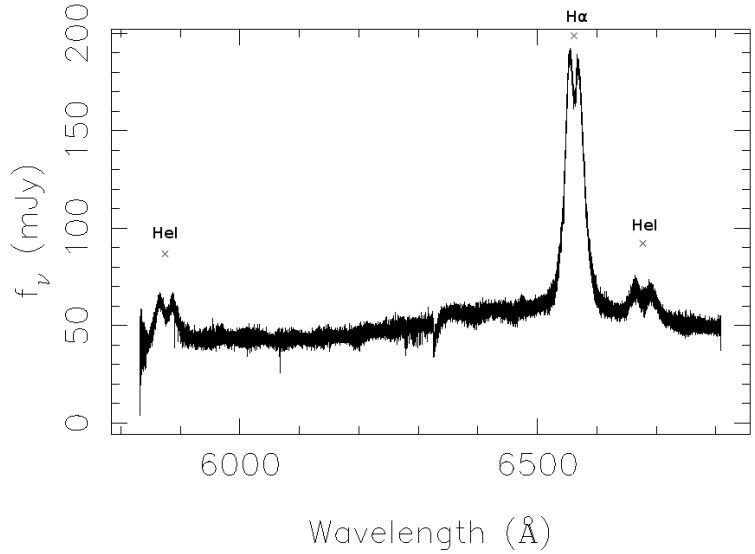


Figura 4.2: Espectro promedio de V1040 Cen. H$\alpha$ es la línea más prominente

y 4.4. La escala de color está normalizada de modo que el color más rojo sea el continuo y el más claro es el píxel de mayor intensidad en cada caso.

La figura 4.3, muestra el *trail* de los datos del lado azul del espectro, donde el eje vertical es la fase. El panel a muestra la línea H$\beta$ 4861.327Å, la más prominente a una saturación del 100 % con respecto al pixel de más alto flujo. El panel b muestra el *trail* las líneas HeI 5015.675 Å y FeII 4923.92 Å generado con una saturación del 9 %.

La figura 4.4 derecha, muestra el *trail* de los datos del lado rojo del espectro. El panel a muestra la línea de He I 5875.618 Å a una saturación del 26 %. el panel b muestra el *trail* para a línea H$\alpha$ 6562.760 Å, la más prominente a una saturación del 100 % con respecto al pixel de más alto flujo. El panel c muestra el *trail* de la línea He I 6678.149 Å generado con una saturación del 13 %.

Los *trailed spectra* se han generado a distintas saturaciones ya que las intensidades de emisión de las líneas no son las mismas lo que hace imposible verlas todas con una misma saturación.

Estos *trailed spectra* muestran una emisión de picos dobles, siguiendo la forma de un par de líneas sinusoidales que varían con la fase orbital. Esto puede ser interpretado como el disco de acreción orbitando el centro de masas del sistema. Lo uniforme de la intensidad a lo largo de las observaciones, es señal de que el sistema no presenta eclipses. El quiebre que se puede ver entre los espectros 71 y 72 es debido al cambio de los datos de la primera noche de observación a los de la segunda.

### 4.1.3. Tomografía Doppler

Los tomogramas solo pueden realizarse para las líneas más prominentes, en este caso, se consiguio realizar tomogramas con éxito para las líneas de Balmer, H$\alpha$ y H$\beta$

En la figura 4.5, izquierda se muestra el tomograma para H$\beta$. El tomograma fue generado con los 147 espectros tomados en las dos noches de observación. La forma de anillo se identificó como el disco de acreción. El sistema presenta un disco homogéneo. No hay evidencias del *bright spot* o la estrella secundaria.

En la figura 4.5, derecha, se presenta el tomograma para H$\alpha$. El tomograma fue generado con los 147 espectros tomados en las dos noches de observación. Se presentan la mismas características encontradas para H$\beta$. Sin embargo, el tamaño del disco en la imagen de H$\alpha$ es notoriamente más pequeño que para H$\beta$. Ejes coordenados fueron dibujados sobre cada tomograma, lo que facilita ver la diferencia de tamaño.

Al tratarse de datos tomados en más de una noche, presento la figura 4.6. Este tomograma fue generado con los datos para la línea H$\alpha$ en la primera noche de observación. En el cuarto cuadrante de la imagen se puede apreciar lo que parece ser la estrella secundaria. Este tomograma es la única prueba de la supuesta

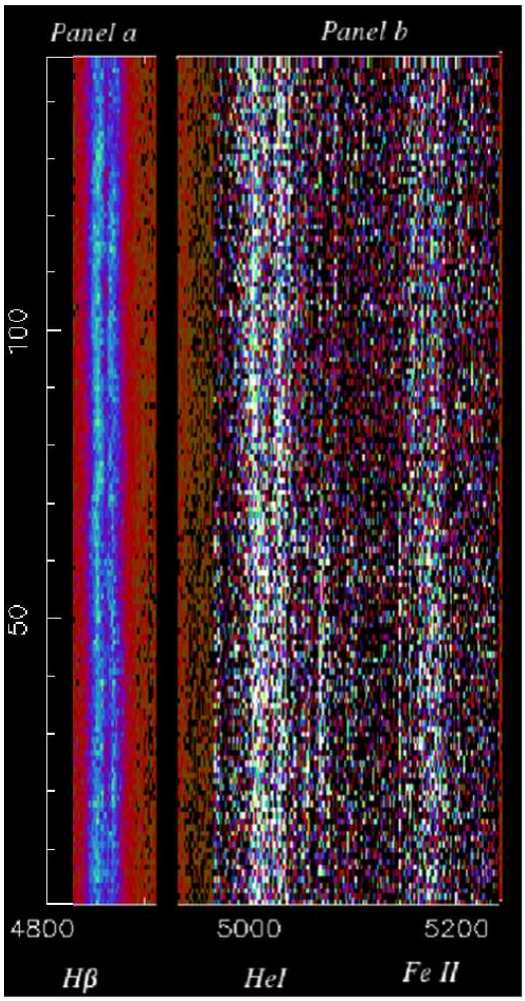


Figura 4.3: Trail para V1040 Cen. El panel a muestra la línea H$\beta$ con una saturación del 100 %. El panel b muestra las líneas HeI y FeII con una saturación del 26 %.

secundaria. Esto puede deberse a que la primera noche la estrella secundaria estaba siendo irradiada de alguna forma, hecho que no se repitió durante la segunda noche de observación.

Al disponer de 147 espectros para V1040 Cen, me fue posible realizar una animación del disco de acreción. Los tomogramas con los que fue relizada la animación se pueden ver en la figura 4.7. Esta representación permite ver los cambios a lo largo de un intervalo de tiempo. Cada una de las imágenes para la animación

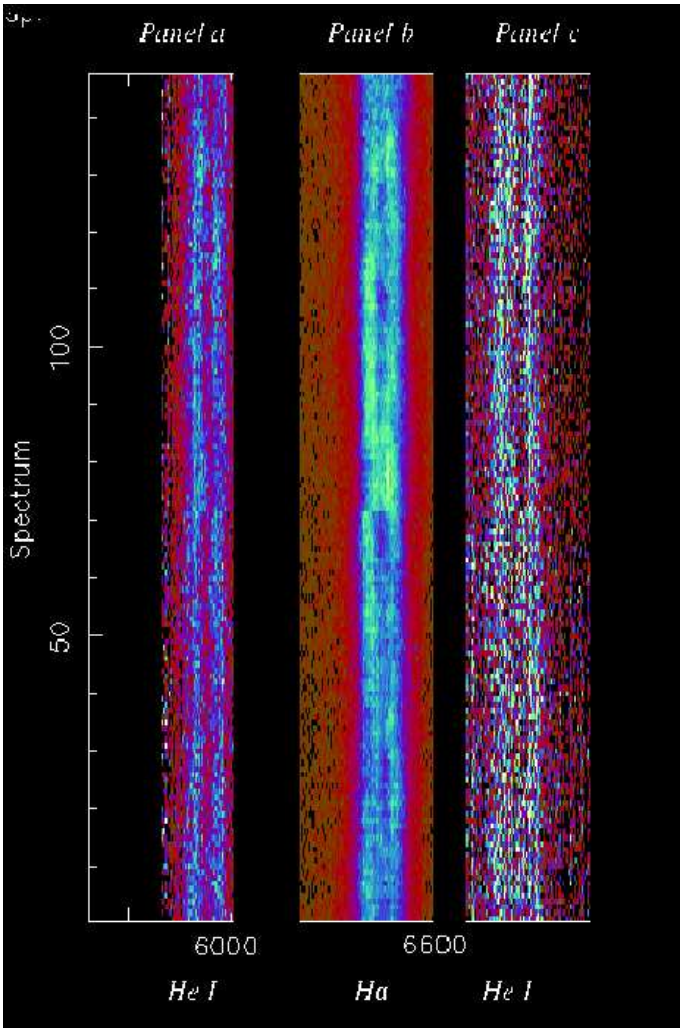


Figura 4.4: Trail para V1040 Cen. El panel a muestra la línea He I a una saturación del 26 %. el panel b muestra la línea H$\alpha$ , la más prominente a una saturación del 100 %. El panel c muestra el *trail* de la segunda línea He I generado con una saturación del 13 %.

fueron realizadas con 30 espectros, cantidad suficiente para reducir la cantidad de artefactos en el tomograma. Entre una imagen y otra se fue avanzando temporalmente de a un espectro. Con la animación se pudo observar nuevas características del disco. En el cuarto cuadrante se puede observar una mancha constante en el principio de la secuencia que podría deberse a la secundaria.

Durante toda la secuencia se puede observar un flujo de material trasladándose en el disco, pero no está claro si este corresponde realmente a un proceso en el mismo o es un artefacto que podría deberse a que los espectros Echelle no fueron corregidos por perdidas en el *slit*.

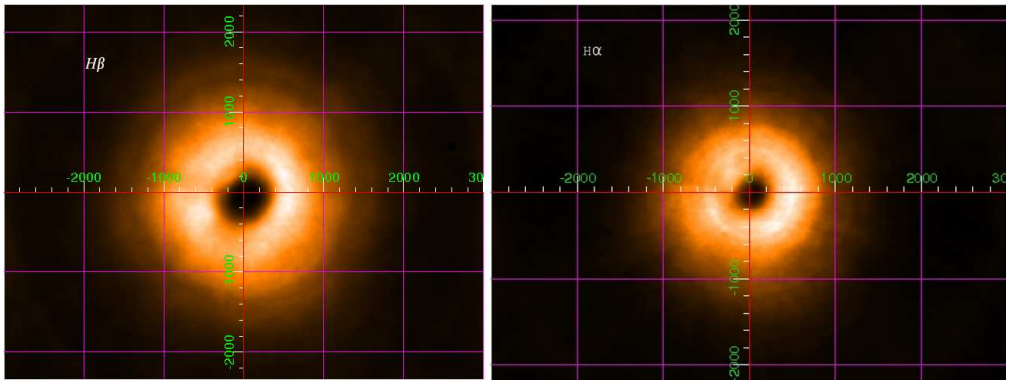


Figura 4.5: Tomograma para las líneas H$\beta$ (izquierda) y H$\alpha$ (derecha). Los ejes dibujados sobre los tomogramas representan las velocidades del disco de acreción.

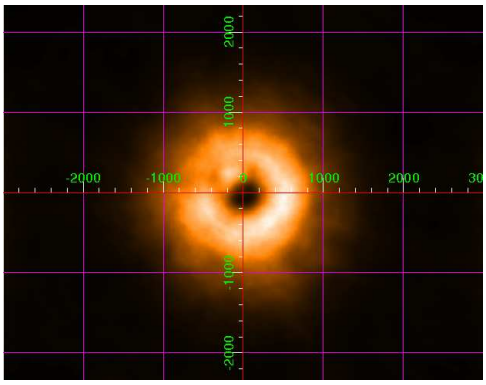


Figura 4.6: Tomograma para la línea H$\alpha$. Este tomograma fue realizado con los 71 espectros tomados la primera noche de observación. Se puede ver iluminado lo que parece ser la estrella secundaria

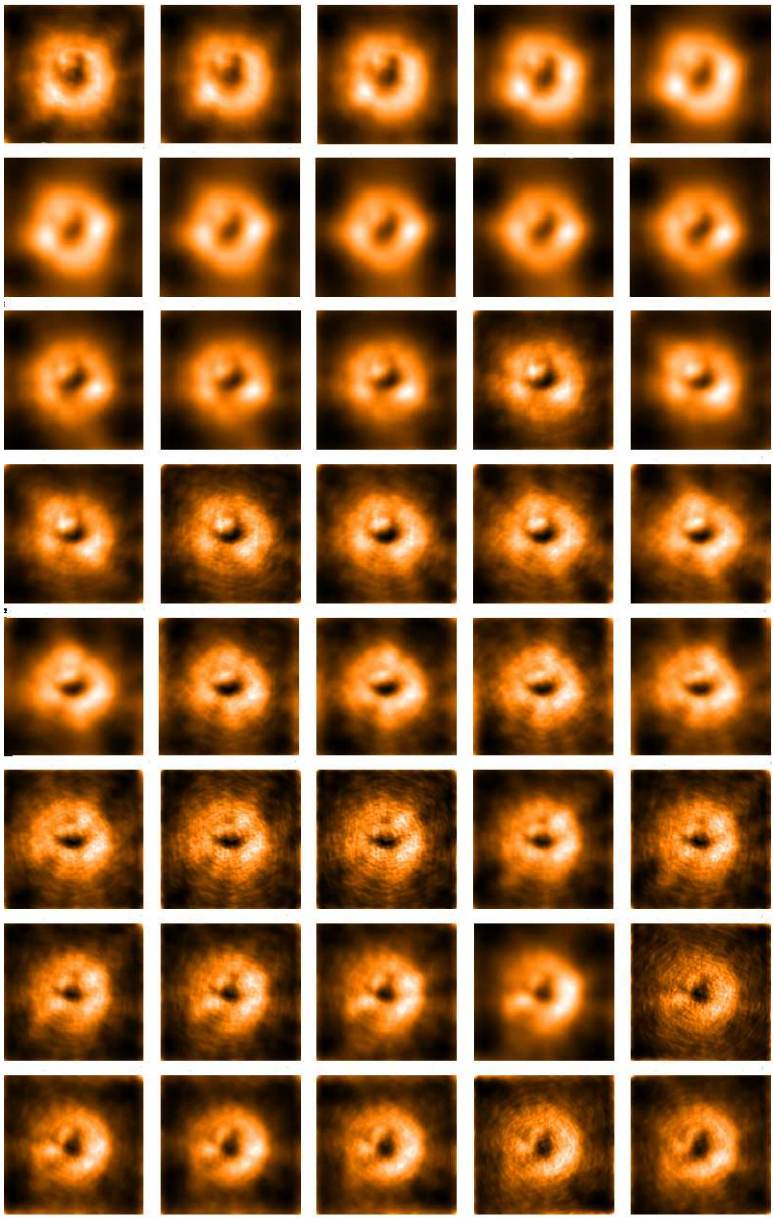

Figura 4.7: Tomogramas de la línea H$\alpha$ con los que se realizó la animación para V1040 Cen. Se encuentran ordenados en secuencia temporal de izquierda a derecha y de arriba a abajo.

## 4.2. GY Cnc

### 4.2.1. Espectro promedio

Las figuras 4.8 y 4.9 son un espectro promedio de los datos para GY Cnc. El continuo se encuentra sin sustraer para apreciar su forma.

La figura 4.8 es un promedio de los datos en el lado azul del espectro. La línea más prominente es H$\beta$ 4861.327 Å. También se puede ver una línea de HeI 4921.929 Å. En las líneas más prominentes se puede apreciar la forma de picos dobles característica del disco de acreción.

La figura 4.9 es un promedio de los datos en el lado rojo del espectro. La línea más prominente es H$\alpha$ 6562.760 Å, la línea menos prominente es HeI 6678.149 Å. Como en el espectro anterior, se puede apreciar la forma de picos dobles de la emisión del disco de acreción.

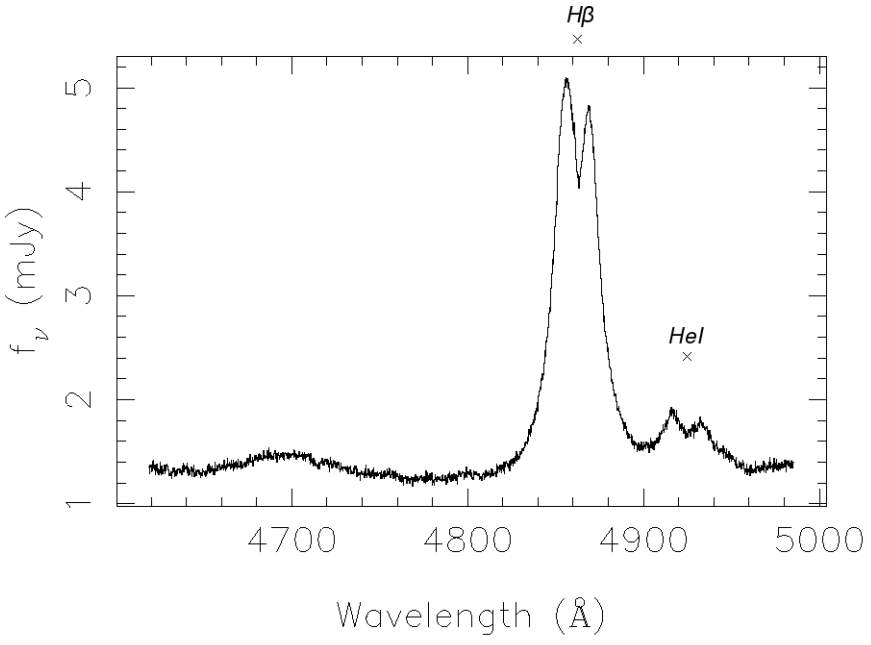


Figura 4.8: Espectro promedio de GY Cnc en el rango azul. La línea más prominente es H$\beta$

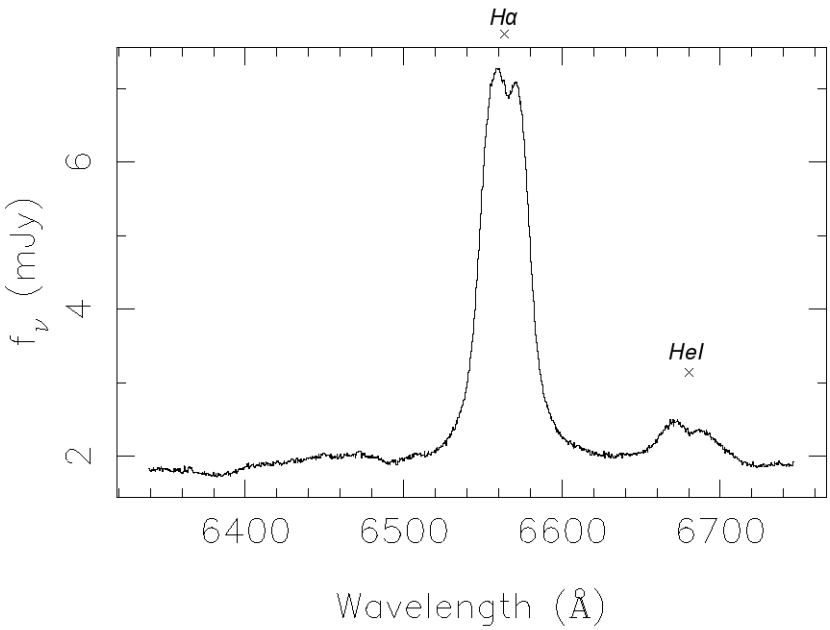


Figura 4.9: Espectro promedio de GY Cnc en el rango rojo. La línea más prominente es H$\alpha$

### 4.2.2. *Trailed spectra*

Las figuras 4.10 y 4.11 muestran los *trailed spectra* para el lado azul y el lado rojo del espectro respectivamente. Estas imágenes se generaron después de realizar una normalización por un ajuste polinomial de primer orden al continuo de cada set de datos, haber sustraido el continuo y realizado un *phase bining*, por lo que el eje vertical representa fases. Los espectros que aparecen en negro son fases en las que no se tomó datos y aparecen como espectros vacíos para poder visualizar de mejor manera la evolución del *trail*.

La figura 4.10 muestra el *trail* para el lado azul. La línea H$\beta$ 4861.327 Å que mostró ser la más prominente en el espectro promedio, fue generada con un 100 % de saturación con respecto al pixel de más alto flujo (panel a), mientras que la línea de HeI 4921.929 Å fue generada con un 13 % de saturación.

La figura 4.11 muestra el *trail* para el lado rojo del espectro. El panel a muestra el *trail* de la línea H$\alpha$ 6562.760 Å generado con una saturación del 100 % con respecto al pixel de más alto flujo. El panel b muestra el *trail* de la línea HeI 6678.149 Å.

El panel b fue generado con una saturación del 11 % con respecto al pixel de más alto flujo.

En ambos *trail* se puede apreciar la forma de sinusoidales características de los picos dobles debido al disco de acreción. En la figura 4.11 se puede ver claramente el eclipse del sistema entre los espectros 28 y 35 aproximadamente. El eclipse del sistema viene representado por esta especie de cruce o superposición de las sinusoidales.

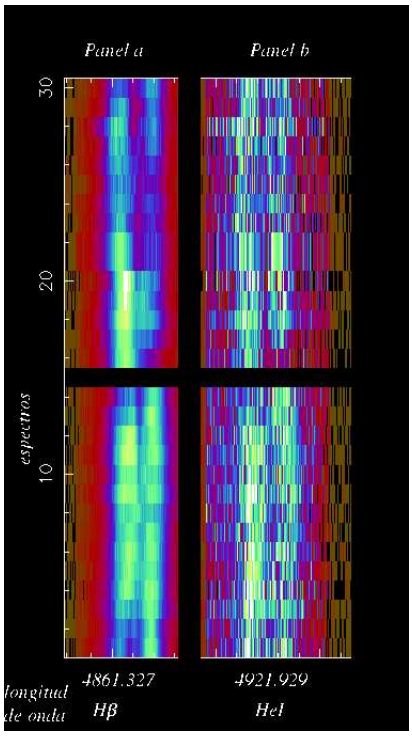


Figura 4.10: Trail para GY Cnc. El panel a muestra el *trail* de la línea H$\beta$ con una saturación del 100 %. El panel b muestra la línea HeI con una saturación del 13 %.

### 4.2.3. Tomografía Doppler

En la figura 4.12 se muestran los tomogramas Doppler generados para las líneas H$\alpha$ y H$\beta$ respectivamente. Sólo se generaron tomogramas para las dos líneas más brillantes.

La figura 4.12 izquierda muestra el tomograma para H$\beta$ generado con los 32 espectros tomados con el telescopio William Herschel en las Islas Canarias. Las

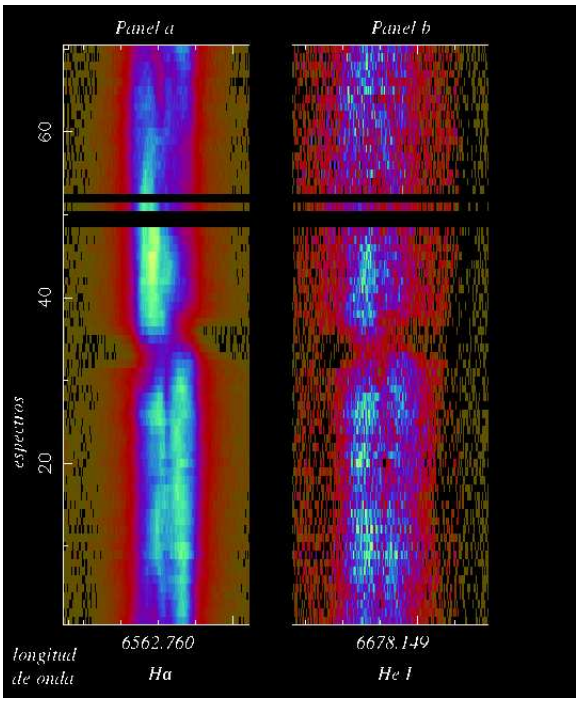


Figura 4.11: Trail para Gy Cnc. El panel a muestra el *trail* de la línea H$\alpha$ generado con una saturación del 100 % y el panel b muestra la línea de HeI generado con una saturación de 11 %

fases del eclipse fueron sustraídas para generar los tomogramas de esta sección. La forma de anillo se identificó como el disco de acreción. Se puede ver que la parte superior del disco (en el cuadrante $(-K_x, K_y)$) presenta una discontinuidad. Ese es el lugar donde típicamente esperaríamos encontrar el *bright spot*.

La figura 4.12 derecha muestra el tomograma para H$\alpha$ generado con los 71 espectros tomados en dos noches de observación. Como en el tomograma anterior, la forma de anillo se debe al disco de acreción. Se puede observar también la discontinuidad del disco en la parte superior del tomograma $(-K_x, K_y)$, además, se puede observar la estrella secundaria.

Se estudió la ausencia de emisión en el cuarto cuadrante graficando las posiciones del lóbulo de Roche de la secundaria y las trayectorias del flujo de acreción (figura 4.13). Estas fueron calculadas usando los parámetros estimados para el sistema por Thorstensen [27], $K_1 = 115 km/s$ y $K_2 = 297 km/s$. La trayectoria inferior de las dos graficadas, corresponde a la velocidad balística de un flujo de gas. La superior corresponde a la velocidad del disco asumiendo velocidades Keplerianas

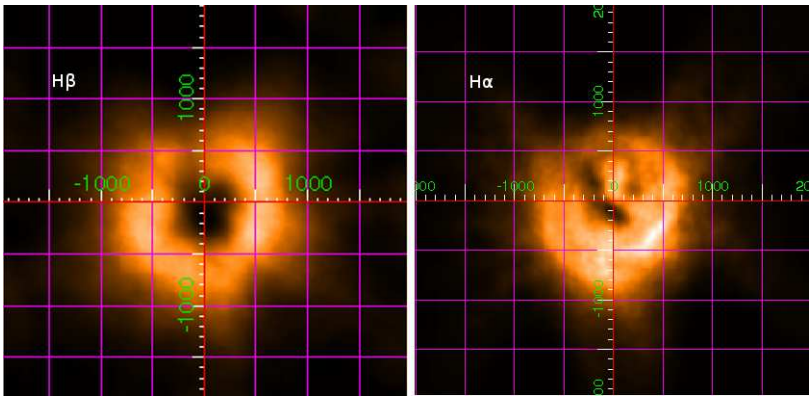


Figura 4.12: Izquierda: Tomograma de la línea H$\beta$. Derecha: Tomograma de la línea H$\alpha$.

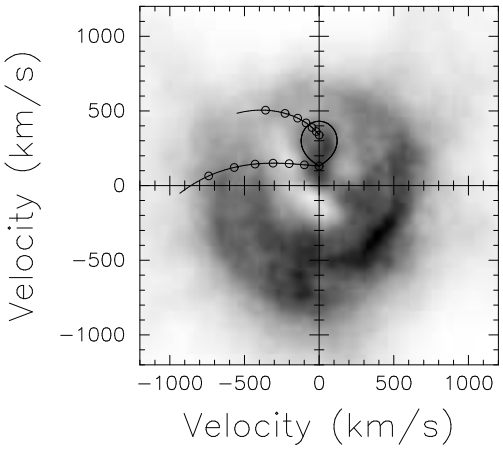


Figura 4.13: Trayectorias del flujo de acreción y lóbulo de Roche de GY Cnc en el tomograma de H$\alpha$. Este tomograma fue generado considerando $K_1 = 115 km/s$ , $K_2 = 297 km/s$ y con un 90 % de saturación.

a lo largo del flujo. Esta representación confirma la zona de discontinuidad como el lugar de impacto del flujo de material en el disco de acreción y por lo tanto de la *bright spot*. Otra característica apreciable es la emisión a bajas velocidades saliendo del lóbulo de Roche.

## 4.3. RR Pic

### 4.3.1. Espectro promedio

Las figuras 4.14 y 4.15 son un espectro promedio de los datos para RR Pic.

La figura 4.14 es el promedio para el lado azul del espectro. La línea más prominente es H$\beta$ 4861.327 Å. La línea débil corresponde a HeII 5411.551 Å. La figura 4.15 muestra el promedio para el lado rojo del espectro. La línea más prominente es H$\alpha$ 6562.760 Å, la línea más débil es HeI 6678 Å.

Se pueden ver los picos dobles en las líneas de Balmer en ambas figuras, evidencia del disco de acreción. En la figura4.15, cerca de 6300 Å se puede ver una absorción. Esta es una absorción telúrica de $OI$. Como en el espectro promedio de V1040 Cen, el continuo de RR Pic muestra una forma sinusoidal, debido a errores en el proceso de *order merging* con el pipeline de reducción de UVES.

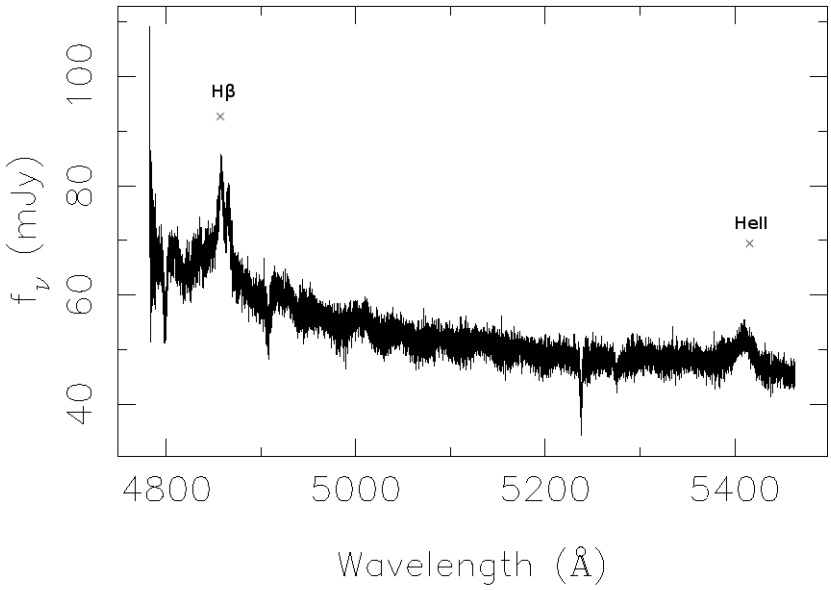


Figura 4.14: Espectro promedio de RR Pic. La línea más prominente es H$\beta$.

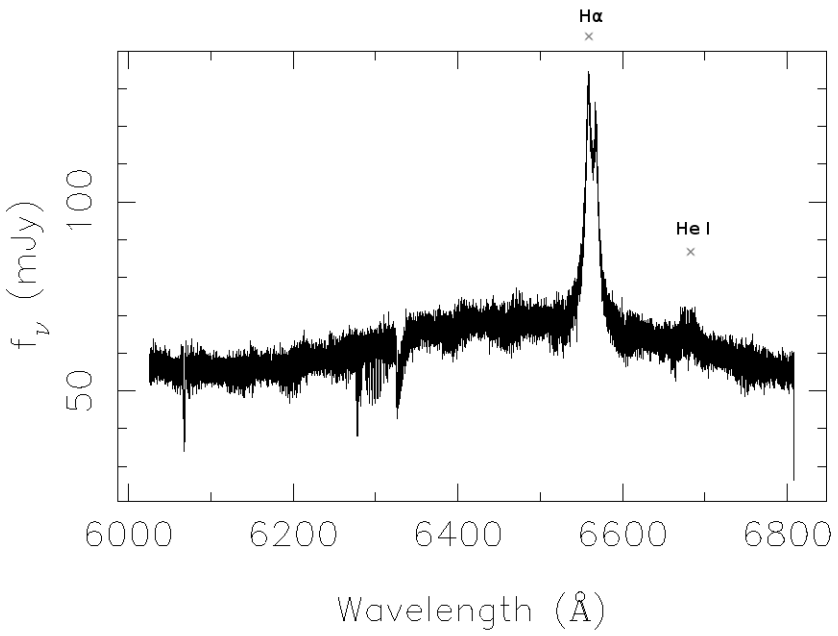


Figura 4.15: Espectro promedio de RR Pic. La línea más prominente es H$\alpha$.

### 4.3.2. *Trailed spectra*

Se realizó una normalización por un ajuste polinomial de segundo orden al continuo de los datos. El continuo normalizado fue sustraído y se realizó un *phase binning* para generar los *trailed sepctra* de las figuras 4.16 y 4.17. La escala de color está normalizada tal que el color rojo sea el continuo y el más claro el píxel de mayor intensidad en cada caso.

A pesar de haber identificado dos líneas para el lado azul y dos líneas para el lado rojo del espectro, las líneas HeII 5411.551 Å y HeI 6678 Å no fueron posibles de visualizar en los *trails*.

La figura 4.16 muestra el *trail* de la línea H$\beta$ 4861.327 Å generado con una saturación de 100 % con respecto al pixel de más alto flujo y 79 *bins* de fase, el mayor número de *bins* posibles con las fases observadas. Se puede observar una emisión más intensa entre los espectros 20 y 60, estos corresponden a fases entre $\phi$=0.1 y $\phi$=0.6.

La figura 4.17 muestra el *trail* de la línea H$\alpha$ 6562.760 Å, generado con una saturación de 100 % con respecto al pixel de más alto flujo y 100 *bins* de fase. Se

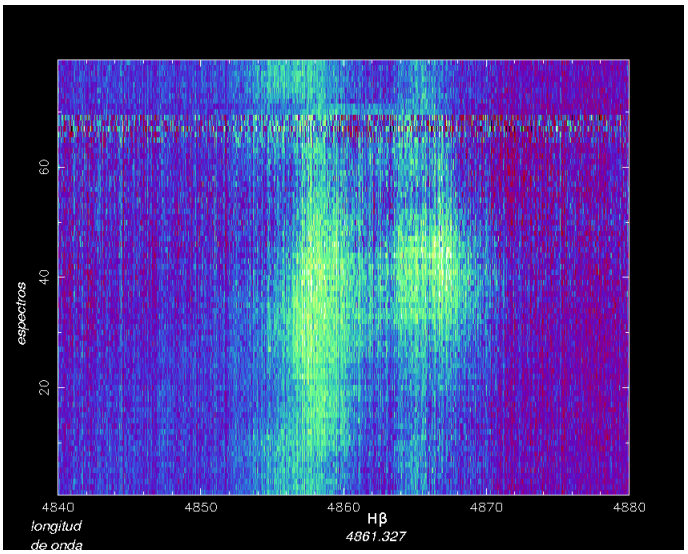


Figura 4.16: *Trailed spectra* de la línea H$\beta$. Esta imagen fue creada con una saturación de 100 %

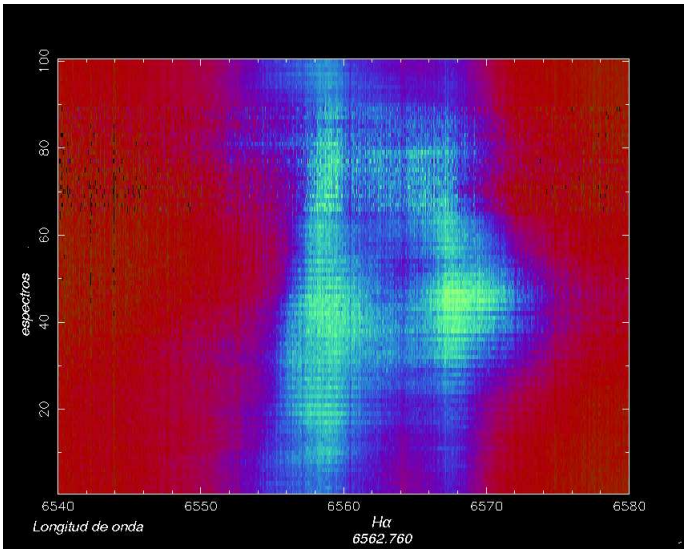


Figura 4.17: *Trailed spectra* de la línea H$\alpha$. Esta imagen fue generada con una saturación de 100 %

puede ver el mismo aumento de intensidad que en H$\beta$ entre los espectros 10 y 60, correspondientes a las fases entre $\phi$=0.1 y $\phi$ =0.6

En ambos *trails* se ven las formas sinusoidales características del disco de acreción. No se ven señales de eclipses.

### 4.3.3. Tomografía Doppler

En este caso fue posible hacer tomografía Doppler solamente con la línea más brillante, H$\alpha$.

En la figura 4.18 se muestra el tomograma Doppler generado para la línea H$\alpha$.

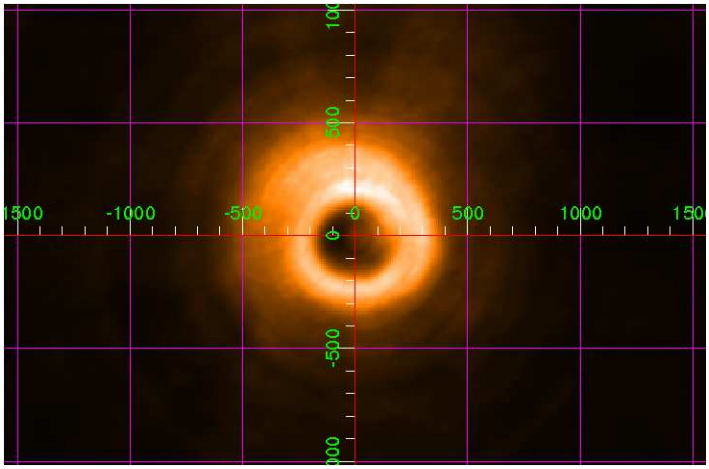


Figura 4.18: Tomograma de la línea H$\alpha$ para RR Pic

El tomograma presenta una forma de anillo, lo que es de esperar ante la presencia de un disco de acreción. Este anillo es irregular, mostrando una emisión de mayor intensidad en el cuarto y primer cuadrante, $(-K_x, K_y)$ y $(K_x, K_y)$ respectivamente. La mayor intensidad se encuentra en el cuarto cuadrante, este es el lugar donde se esperaría encontrar señales del *bright spot*. No se ven señales de la estrella secundaria.

CAPÍTULO

# 5 Discusiones

## 5.1. V1040 Cen

No se encontraron muestras de la presencia del *bright spot* en ninguno de los tomogramas, ver figura 4.5. Esto es señal de que el sistema posee una baja tasa de transferencia de material.

Otra característica destacable fue la diferencia de tamaños entre los tomogramas de las líneas H$\alpha$ y H$\beta$. Esta diferencia puede deberse a la existencia de un gradiente de temperatura entre los diferentes sectores del disco.

Para confirmar las características encontradas en los tomogramas de V1040 Cen, figura 4.5, se realizó una suma estadística de las emisiones de $H\alpha$ y $H\beta$ para tener una imagen representativa de las líneas de Balmer y comprobar así las características entregadas por el tomograma de H$\alpha$. La suma se llevó a cabo siguiendo la siguiente relación:

$$F_t = \frac{F_{H\alpha N}\sqrt{F_{H\alpha}}}{\sqrt{F_{H\alpha}+F_{H\beta}}} + \frac{F_{H\beta N}\sqrt{F_{H\beta}}}{\sqrt{F_{H\alpha}+F_{H\beta}}} \tag{5.1}$$

donde $F_{H\alpha}$ y $F_{H\beta}$ son los flujos de $H\alpha$ y $H\beta$ y $F_{H\alpha N}$ y $F_{H\beta N}$ son los flujos normalizados de $H\alpha$ y $H\beta$ respectivamente. $F_t$ es el flujo total con el que se realizaron los análisis a seguir, la suma de las líneas de Balmer.

La figura 5.1 es un tomograma generado con la suma de las líneas de Balmer. Se puede ver que las características encontradas en la figura 4.5 se mantienen.

La figura 5.2 muestra la parte no simétrica de la suma de las líneas de Balmer. La escala de colores es tal que el pixel de mayor flujo es negro y el de menor flujo, blanco. El mapa Doppler de la parte no simétrica muestra una emisión en el

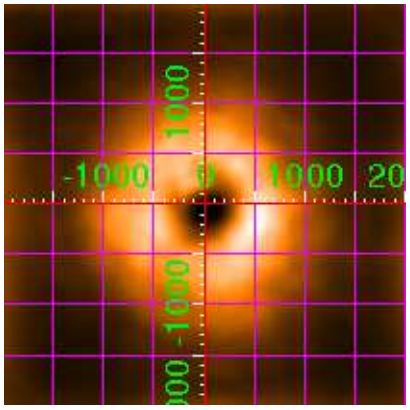


Figura 5.1: Tomografía generada con la emisión de las líneas de Balmer

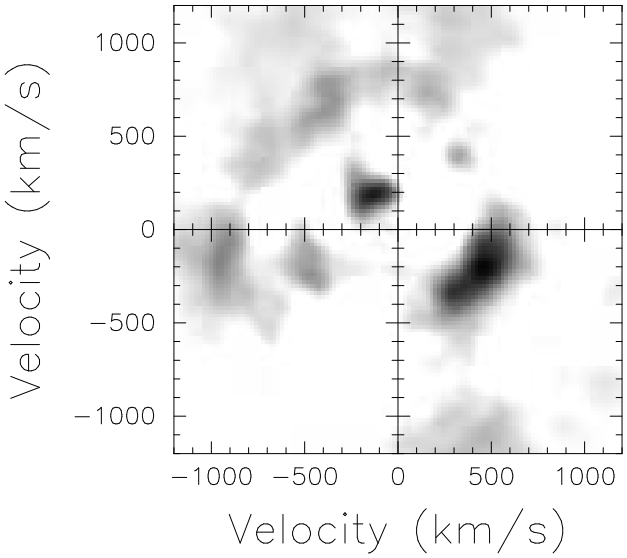


Figura 5.2: Emisión no simétrica de las líneas de Balmer de V1040 Cen. Imagen generada con $K_1$ = 73,3$km/s$ y una saturación del 90.5 %

cuarto cuadrante, confirmando lo que se había identificado como la posible secundaria. Con los valores publicados de $K_1$ y $q$, se obtuvo los valores entre los cuales se encontraría $K_2$, $K_{2min}$ =135.7$km/s$ y $K_{2max}$ =318.7$km/s$. Calculando la velocidad radial de la emisión en el cuarto cuadrante, obtenemos que la fuente de emisión tiene una velocidad de 145.1 $km/s$. La velocidad de la fuente de emisión se encuentra dentro del rango de velocidad de la secundaria. De ser la secundaria,

el objeto se encontraría rotado, esto se debería a que la efeméride publicada del sistema es antigua. Conocer la posición de la estrella secundaria es un buen método para actualizar esta efeméride. Para poder conocer con certeza la posición de la secundaria, es necesario observar el sistema en el infrarrojo. Además de la emisión de la posible secundaria, se puede ver la asimetría que aparece durante la animación de V1040 Cen mencionada en la sección 4.1.3 y fue interpretada como un posible flujo de gas. Para comprobar se esto es una característica real de la estrella y no se debe a la falta de estrella de comparación durante la toma de los datos sería necesario realizar una observación con espectroscopía de *long slit* y corregir adecuadamente por pérdidas del *slit*.

No se encontraron muestras de la presencia del *bright spot*.

Con respecto a la evidencia de la estrella secundaria sólo en los datos tomados durante la primera noche de observación, es decir, la secundaria solo habría sido irradiada la primera noche, podría explicarse por la forma tridimensional del disco, que podría en algún momento bloquear con material la radiación desde la primaria a la secundaria. Este bloqueo podría deberse a transferencia de material inestable.

La mayor fuente de error de los datos se encuentra en la forma sinusoidal del continuo, sección 4.1.1. Para estudiar la influencia de este artefacto en los resultados, se realizó una simulación. Construyendo un espectro falso con una emisión de picos dobles y el artefacto sinusoidal, se generó un tomograma Doppler. Los picos dobles se plasmaron en el tomograma con una forma de anillo evidente. La forma sinusoidal generó un leve artefacto de delgados arcos alrededor del anillo, solo visibles a altas saturaciones. La forma sinusoidal del continuo tiene entonces poco efecto en comparación con las otras componentes del espectro. Se puede deducir de esta simulación, que ninguna de las características del sistema encontradas en los tomogramas se debe a la forma sinusoidal del continuo, ya que estas presentan un efecto reconocible.

## 5.2. GY Cnc

Para confirmar las características mencionadas en la sección 4.2.3, se generaron 4 tomogramas con la mitad de la órbita, (figura 5.3). Estas fueron consideradas entre las fases $\phi$ = 0,1 a $\phi$ = 0,6 (figura 5.3 a), $\phi$ =0.2 a $\phi$ =0.7 (figura 5.3 b), $\phi$ =0.3 a $\phi$ =0.8 (figura 5.3 c) y $\phi$ =0.4 a $\phi$ =0.9 (figura 5.3 d). Las fases no consideradas corresponden al eclipse del sistema.

La emisión a baja velocidad se ve claramente entre las fases $\phi$ =0.1 a $\phi$ =0.6 (figura 5.3 a) y $\phi$ =0.4 a $\phi$ =0.9 (figura 5.3 d), pero no aparecen en los tomogramas para las fases $\phi$ =0.2 a $\phi$ =0.7 y $\phi$ =0.3 a $\phi$ =0.8.

La ausencia de emisión en el lugar estimado para el *bright spot*, puede deberse a que la colisión entre el flujo y el disco de acreción genera una explosión de gas ópticamente grueso. Este gas formaría una "pared" que absorbe las emisiones alrededor del *bright spot*. Fenómenos parecidos se han visto en estrellas como UU Aqr ([7]). Con respecto a la prominencia a bajas velocidades saliendo del lóbulo de Roche, existen varias referencias a esta característica (para mayor detalle, ver referencia [29]). Se sugiere que esta emisión proviene de un gas originado en la estrella secundaria, pero atrapado en una prominencia producida por una combinación de fuerzas magnéticas, gravitatorias y centrífugas del sistema. Estas prominencias serían análogas a las producidas por nuestro Sol pero de mucho mayor duración. El porqué estas prominencias aparecen solo en los tomogramas cerca de las fases antes del eclipse se puede deber a que se encuentran en la cara de la secundaria que se nos revela solo durante estas fases por el *tidal locking*.

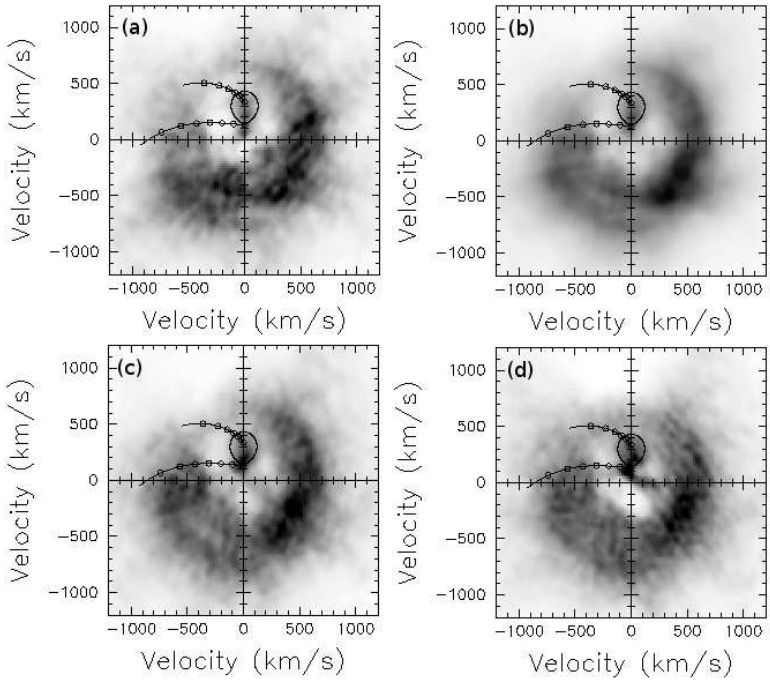


Figura 5.3: Tomogramas con media órbita del sistema. Fueron generados considerando $K_1 = 115 km/s$, $K_2 = 297 km/s$ y con un 90 % de saturación.

## 5.3. RR Pic

Con respecto al *trailed spectra* de RR Pic, figuras 4.16 y 4.17, y el incremento de intensidades mencionado en la sección 4.3.3 este incremento de intensidades ha sido observado antes en RR Pic (ver [22]), por lo que no se trataría de un artefacto, sino de una característica del sistema.

Se realizó una suma estadística de las emisiones de $H\alpha$ y $H\beta$ para tener una imagen representativa de las líneas de Balmer y comprobar así las características entregadas por el tomograma de H$\alpha$. Para detalles de este proceso, ver sección 5.1.

Se generó un tomograma Doppler para la suma de las líneas de Balmer, mostrado en la figura 5.4. El tomograma presenta características similares a la figura 4.18, una forma de anillo, consistente con el disco de acreción y ninguna señal clara de la secundaria o el *bright spot*.

Para ver las regiones de emisión asimétricas, se produjo un tomograma de la parte asimétrica del disco. Debido a que el valor de $K_1$ varía considerablemente de un autor a otro como se muestra en la tabla 3.4, se generaron dos figuras, la primera con $K_1 = 37\ km/s$, figura 5.5 a y la segunda con $K_1 = 170\ km/s$, figura 5.5 b. Ambas figuras fueron generadas de modo que el negro es el píxel de más alto flujo y blanco el de menor flujo.

Utilizando los valores de $K_1$ entregados por cada autor y el valor de $q$ reportados para el sistema (tabla 3.4), se obtuvieron dos valores para $K_2$: $K_{2min}$=88.1 $km/s$ ([22]) y $K_{2max}$=404.7 $km/s$ ([23]). Utilizando estos parámetros respectivamente, se graficaron las posiciones del lóbulo de Roche de la secundaria y las trayectorias del flujo de acreción. La trayectoria inferior de las dos graficadas, corresponde a la velocidad balística de un flujo de gas. La superior corresponde a la velocidad del disco asumiendo velocidades Keplerianas a lo largo del flujo.

En la figura 5.5 a, se puede ver que el cuarto cuadrante presenta una asimetría intensa, pero que no sería consistente con el *bright spot* predicho por los parámetros. La forma de esta asimetría se extiende hasta el cuadrante $(K_x, K_y)$ y $(K_X, -K_y)$ por el borde del disco.

La figura 5.5 b, muestra una emisión similar a la figura 5.5, y aunque en la zona predicha para el *bright spot* es particularmente intensa no se muestra concluyente.

Emisiones similares han sido vistas en otras CVs y explicadas como choques espirales como posible explicación (ver por ejemplo [26]). Pero las figuras 5.5 a y b muestran un solo brazo de emisión alargado, por lo que esta explicación no es concluyente. Schmidtobreick et al. [24], observaron dos fuentes alargadas de emisión, en el segundo y cuarto cuadrante, pero indica que la resolución de sus datos no permite afirmar la presencia de choques espirales. La presencia de emisiones aisladas en los datos de Schmidtobreick et al., confirman que las emisiones de las

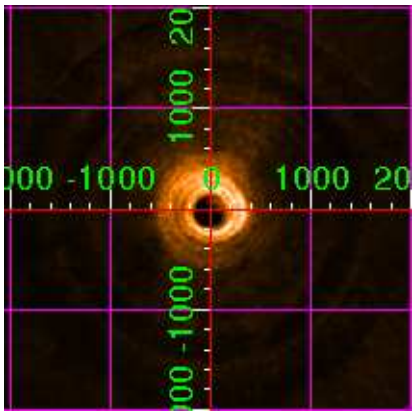


Figura 5.4: Tomograma de la suma de las líneas de Balmer

figuras 5.5 no serían un artefacto.

Para la discusión de la influencia del contínuo sinusoidal de los espectros promedio en los resultados (sección 4.3.1), ver la sección 5.1.

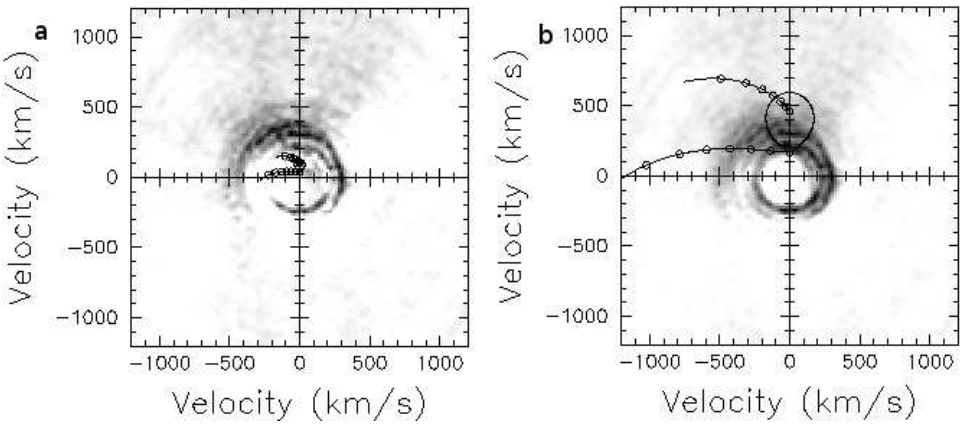


Figura 5.5: Emisión no simétrica de las líneas de Balmer de RR Pic. Imagen a generada con $K_1 = 37 km/s$ y una saturación del 90 %. Imagen b generada con $K_1 = 170 km/s$ y una saturación del 90 %

CAPÍTULO

# 6 Conclusiones

Se ha realizado con éxito tomogramas Doppler para 3 sistemas: V1040 Cen, GY Cnc y RR Pic.

Con respecto a V1040 Cen, se identificó una forma de anillo uniforme, señal del disco de acreción. No se han encontrado evidencias del *bright spot*, lo que indica una baja tasa de transferencia de material. Se ha encontrado evidencia de lo que parece ser la estrella secundaria durante la primera noche de observación, lo que se cree es debido a la tridimensionalidad del disco, bloqueando con material la radiación de la primaria durante la segunda noche de observación. Observaciones en el infrarrojo serían necesarias para confirmar el hallazgo de la estrella secundaria.

Un flujo de material aparece tanto en la animaición (figura 4.7) como en el tomograma de la parte asimétrica del sistema(figura 5.2). Este flujo podría deberse a una mala corrección de perdidas en el *slit*. Observaciones con espectroscopía *long slit* o Echelle, bien calibradas fotométricamente, son necesarias para aclarar si este flujo es o no un artefacto.

En los tomogramas de GY Cnc se identificó la forma de anillo característica del disco de acreción, además, en las figuras 4.12 derecha y 4.13 se identificó positivamente la estrella secundaria.

Se observa una ausencia de material en el lugar donde se espera se encuentre el *bright spot* según la figura 4.13, que grafica las trayectorias del flujo de gas y la posición del lóbulo de Roche, graficadas según los parámetros estimados por Thorstensen [27]. Esta discontinuidad en el disco se interpretó como la presencia

de un gas ópticamente grueso generado por la colisión entre el flujo y el disco de acreción. Este gas formaría una "pared" que absorbe las emisiones del *bright spot* [7].

Otra característica particular del sistema es la presencia de emisiones de baja velocidad entre las fases $\phi$ =0.1 a $\phi$ =0.6 (figura 5.3 a) y $\phi$ =0.4 a $\phi$ =0.9 (figura 5.3 d). Se sugiere que esta emisión proviene de un gas originado en la estrella secundaria, pero atrapado en una prominencia producida por una combinación de fuerzas magnéticas, gravitatorias y centrífugas del sistema. Estas prominencias serían análogas a las producidas por nuestro Sol pero de mucho mayor duración [29].

RR Pic mostró también la forma de anillo característica del disco de acreción, figura 4.18. El disco de RR Pic es irregular, mostrando una emisión asimétrica tanto para el cuarto cuadrante como para el primero y una parte del segundo (figura 5.5). Emisiones similares han sido interpretadas como choques espirales [26], pero la evidencia no es concluyente. La figura 5.5 a, muestra lo que podría ser una emisión del *bright spot*, pero esta característica no se repite en ningún otro tomograma generado, por lo que no puede ser confirmada.

# Bibliografía


[1] N. Bade, D. Engels, W. Voges, V. Beckmann, T. Boller, L. Cordis, M. Dahlem, J. Englhauser et al, *Astronomy and Astrophysics*, **127**, 145 (1998).

[2] H. M. J. Boffin, D. Steeghs, J. Cuypers, "Astrotomography, Indirect Imaging Methods in Observational Astronomy", 2001.

[3] R. Connon Smith, *Astro-ph*, **1654C** (2007).

[4] J. Frank, A. King, D. Raine, "Acretion Power in Astrophysics". Third edition.

[5] B.T. Gänsicke, R.R. Fried, H. Hagen, K. Beuermann, D. Engels, F.V. Hessman, D. Nogami & K. Reinsch *Astron. Astrophys.* **356** L79-L82 (2000).

[6] C. Hellier, "Cataclismic Variable Stars. How and why they vary." 2001.

[7] D. W. Hoard, M. D. Still, P. Szkody, R. C. Smith & D. A. H. Buckley, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **294**, 689 (1998).

[8] K. Horne, *MNRAS*, **213**, 129 (1985).

[9] S. Howell "Handbook of CCd Astronomy." 2000.

[10] ISIS. http://www.ing.iac.es/PR/wht_info/whtisis.html

[11] S. Jones, Cape Obs. Ann. **10** Part 9.

[12] R. H. Kaitchuck, E. M. Schlegel, R. Honeycutt, T. R. Marsh, J.C. White, C. Mansperger, *The Astrophysical Journal*, **98**, 367 (1995).

[13] T. Kato, M. Huemura, P. Schemeer, D. Buczynski, G. Garradd, B. Martin, H. Maehara, T. Kinnunen & T. Watanabe. *Inf. Bull. Variable Stars*, 4873 (2000).

[14] T. Kato, R. Ishioka, M. Uemura, *Publications of the Astronomical Society of Japan*, **54**, 1023-1028 (2002).

[15] T. R. Marsh & K. Horne, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **235**, 269-286 (1988).

[16] T.R. Marsh, K. Horne, E.M. Schlegel, R. Honeycutt, R. Kaitchuck, *The Astrophysical Journal*, **364**, 637-646 (1990).

[17] T. R. Marsh software, descarga disponible en: http://deneb.astro.warwick.ac.uk/phsaap/software/

[18] T. R. Marsh , Doppler Tomography, *Lecture Notes in Physics*, **573**, 1 (2001).

[19] C. Motch, P. Guillout, F. Haberl, J. Krautter, M.W. Pakull, W. Pietsch, K. Reinsch, W. Voges, & F.J. Zickgraf *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **132**, 341 – 359 (1998).

[20] R. Narayan, R, Nityananda, *Astron. Astrophysics*, **24**, 127 – 20 (1986).

[21] J. Patterson et al., *Astronomical Society of the Pacific*, **115**, 1308 – 1329, (2003).

[22] F. Ribeiro & M. Díaz, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **118**, 84-93 (2006).

[23] H. Ritter & U. Kolb, *Astron. and Astrophysics Sup.*, **129**, 83-85 (1998).

[24] L. Schmidtobreick, C. Tappert & I. Saviane, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **342**, 145–150. (2003).

[25] SIMBAD astronomical data base. http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/ operated at CDS, Strasbourg, France.

[26] D. Steeghs Astrotomography, *Lecture Notes in Physics*, **573**, 45 (2001).

[27] J. R. Thorstensen, *Astronomical Society of the Pacific*, **112**, 1269 – 1276. (2000).

[28] E. Unda-Sanzana, P. Longa-Peña "A spectroscopyc analisys of V1040 Cen", en preparación.

[29] E. Unda-Sanzana, T. R. Marsh, L. Morales-Rueda, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **369**, 805 – 818. (2006).

[30] UVES. http://www.eso.org/sci/facilities/paranal/instruments/uves/

[31] N. Vogt, *Astron. Astrophysics*, **41**, 15 (1975).