

# Mélange d'un fluide bicouche en écoulement Taylor-Couette

Estelle Guyez & Jan-Bert Flór

Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels  
L.E.G.I. BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9  
guyez@hmg.inpg.fr

## Résumé :

*Dans la couche supérieure de l'océan, la turbulence anisotrope a une action de mélange sur les réserves de phytoplanctons, les variations de densité, la dissolution des gaz dans l'eau... Motivés par ce phénomène, nous avons étudié expérimentalement les mécanismes de brisure d'une interface de densité par les vortex horizontaux de l'écoulement de Taylor-Couette. Selon la force des vortex, la stratification bicouche évolue vers un profil en marches d'escalier ou vers une intensification de l'interface. L'évolution spatio-temporelle de la densité et l'efficacité du mélange ont été mesurées pour différents régimes de vortex et de turbulence.*

## Abstract :

*In order to model the mixing of the ocean pycnocline by horizontal vortices and/or an-isotropic turbulence we investigate the mixing of an interface in a Taylor-Couette flow. The intermediate system either forms a stair-like density-profile or one sharpened interface. The mixing evolution is discussed for the different regimes in Taylor-Couette flow, i.e. vortex, wavy vortex and turbulent flow. A global mixing efficiency is measured using the Richardson number based on the rotation rate of the inner cylinder, the initial stratification and mixing time.*

## Mots-clefs :

**Taylor-Couette ; mélange ; fluide stratifié**

## 1 Introduction

Cette étude se place dans le contexte océanographique : elle a pour objectif une meilleure compréhension des phénomènes de mélange au sein de la couche supérieure de l'océan. Nous nous intéressons plus précisément au mélange engendré par la circulation de Langmuir [1] (vortex d'axes horizontaux contra-rotatifs) et à son interaction avec la pycnocline. Jusque là les études menées in situ, les modèles numériques ou théoriques [2, 3] ont apportés de nombreuses informations, notamment sur les mécanismes de formation de la circulation. Cependant il reste encore des zones d'ombres sur le mélange généré par cette forme de turbulence.

L'utilisation d'un dispositif Taylor-Couette (TC) avec un fluide bicouche permet de générer des tourbillons horizontaux à proximité d'une interface de densité, de créer une zone de mélange comparable à celle de la circulation de Langmuir. Les avantages d'un tel dispositif sont multiples : le forçage est continu et les paramètres de contrôle (profil initial de densité et régime d'écoulement) sont facilement ajustables. Dans ce papier, après avoir présenté le dispositif expérimental, nous discuterons de l'évolution d'un profil de densité initialement bicouche en fonction des régimes d'écoulement Taylor-Couette. Puis nous comparerons l'efficacité de mélange des différentes expériences.

## 2 Dispositif expérimental

De nombreux travaux ont été développés sur les écoulements TC à commencer par Lord Rayleigh en 1916. Plus récemment, on pourra se référer aux travaux de Swinney et al [4] et de Caton et al [5] pour une synthèse sur les régimes en fluide homogène ou linéairement stratifié.

L'écoulement présent au sein du dispositif TC résulte de la rotation du cylindre intérieur. Sa vitesse de rotation  $\Omega$  variant entre 0.5 et 3 rad/s, le nombre de Reynolds de l'écoulement  $Re = \Omega ad/\nu$  est compris entre 200 et 1100, avec  $a$  le rayon du cylindre intérieur et  $d$  la distance séparant les deux cylindres ou entrefer. Pour chacune des expériences (figure 1), l'entrefer est stablement rempli par une bicouche ( $\rho_1 < \rho_2$ ) de hauteur  $h$ . L'écart de densité est créé par une différence de concentration en sel et est visualisé par la technique de fluorescence induite par laser (LIF). Pour cela, la couche inférieure plus dense est colorée par de la rhodamine B à une concentration de  $10^{-14}$  mol/L. Sous l'effet d'un rayonnement laser adapté, celle-ci émet une lumière fluorescente dont l'intensité dépend de la concentration en colorant. La rhodamine est utilisée comme traceur actif de l'eau de la couche inférieure. En éclairant le dispositif par un plan laser, on suit l'évolution spatio-temporelle de la densité (proportionnelle à la concentration en rhodamine). A partir de ce signal, on reconstitue l'évolution des profils verticaux moyens de la stratification locale  $N(z)$  ( $N^2 = (g/\rho)(\delta\rho/\delta z)$ ). L'évolution est quantifiée par le travail consommé  $W$  pour maintenir l'écoulement (source d'énergie cinétique). Il s'exprime comme le produit de la vitesse de rotation, du couple exercé [6] et du temps de mélange. Il est normalisé par le gain maximum en énergie potentielle.

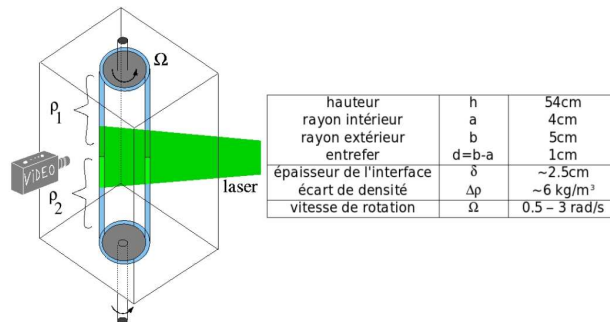


FIG. 1 – Schéma et caractéristiques du dispositif Taylor-Couette utilisé

Chaque expérience est caractérisée par un régime d'écoulement et par une stratification interfaciale (l'épaisseur initiale de l'interface correspond à l'étendu de deux vortex). Un nombre de Richardson global interfacial est construit pour rendre compte de l'effet de ces deux paramètres :  $\mathcal{R}i_0 = E_{pot}/E_{cin}$

$$E_{pot} = \pi(b^2 - a^2) \int_{-\delta/2}^{\delta/2} (\bar{\rho} - \rho(z))gzdz = \frac{\pi}{8}(b^2 - a^2)(\rho_2 - \rho_1)g\delta^2 \quad (1)$$

$$E_{cin} = \pi\bar{\rho}\delta \int_a^b \Omega(r)^2 r^3 dr = \frac{\pi}{6}(b^2 - a^2)(a\Omega)^2 \bar{\rho}\delta \quad (2)$$

Dans le calcul de l'énergie cinétique, nous négligeons les contributions des composantes radiale et verticale de la vitesse, celles-ci étant nettement plus petites que la composante azimutale. Le paramètre  $\delta$  représente l'épaisseur de l'interface entre les deux couches.

### 3 Evolution spatio-temporelle de la stratification selon les régimes d'écoulement

Les évolutions spatio-temporelles des profils de densité (ou de stratification) présentent des caractéristiques différentes lorsque que seule la vitesse de rotation change (profils initiaux de densité identiques). A forts nombres de Richardson (faibles vitesses de rotation) un écoulement laminaire caractérisé par l'absence d'effets ondulatoires se développe. L'évolution spatio-temporelle du profil de densité montre que la bicouche initiale se transforme en une multicouche dont les différentes couches sont séparées par des pics de stratification (figure 2). Dans les premiers instants de l'expérience, la stratification s'intensifie localement en raison de l'affinement de l'épaisseur de l'interface initiale ( $N_{max} = 3.5 \text{ rad/s}$ ). En parallèle d'autres pics de stratification apparaissent de part et d'autre de l'interface initiale. Au cours de cette phase, des bifurcations se produisent, où une interface donne naissance à deux interfaces de stratification moitié. Par la suite, l'intensité de la stratification des pics centraux diminue pour atteindre un état où tous les pics ont la même intensité ( $N \approx 1 \text{ rad/s}$ ). La distance séparant alors deux pics voisins correspond à deux fois la largeur de l'entrefer, signature du régime CT en stratifié (présence de deux vortex couplés entre deux interfaces) [5]. Par la suite, l'intensité de l'ensemble des pics existants diminue. Cette diminution est contrebalancée par l'apparition de nouveaux pics qui s'intercalent entre deux pics pré-existants, entraînant le "découplage" des vortex (Régime T). Cette phase dure relativement longtemps jusqu'à la disparition complète des pics de stratification et l'homogénéisation (travail consommé = 12000 sur la figure 2).

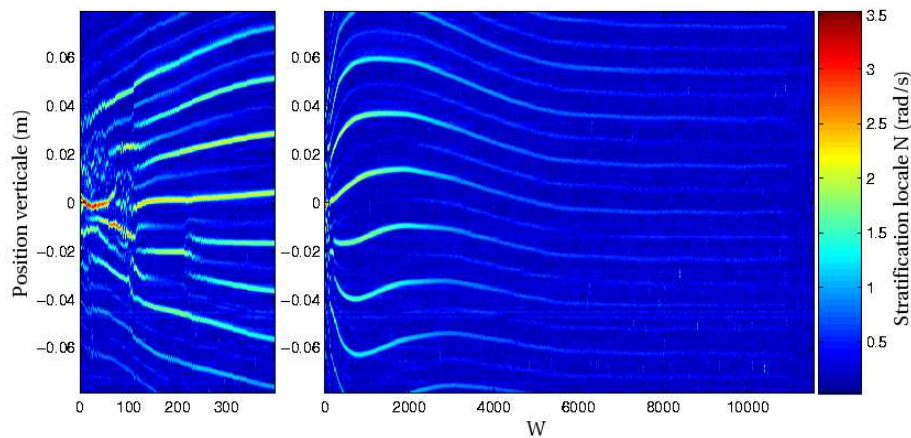


FIG. 2 – Evolution du profil de stratification en fonction du travail consommé  $W$  :  $\mathcal{R}i_0 = 1.33$  ( $\Omega = 0.85 \text{ rad/s}$ ,  $N = 1.2 \text{ rad/s}$ ). Les interfaces sont les lieux de plus forts gradients de densité. L'image de gauche est un zoom du début de l'expérience.

Les expériences réalisées à faibles nombres de Richardson (forts nombres de Reynolds) évoluent de façon similaire à celles réalisées à forts nombres de Richardson. On a ainsi la même succession de phases au cours du mélange avec des pics de stratification initialement plus intenses au centre, puis de même intensité. Ces expériences se distinguent néanmoins par la présence de forts mouvements ondulatoires, ce qui est en accord avec les observations des expériences effectuées en milieu homogène ou linéairement stratifié (wavy vortex). Différents régimes d'écoulement se succèdent au cours du mélange. L'un d'entre eux se distingue par l'alternance d'interfaces dont l'amplitude d'oscillation diffère. Le mélange s'achève par la disparition progressive mais rapide de la stratification.

Les évolutions des profils de densité des expériences à faibles ou à forts nombres de Richardson étant voisines, on pourrait s'attendre à observer des évolutions similaires pour les expériences intermédiaires. Il n'en est rien. En effet à présent bien que la bicouche donne également naissant à une structure multicouche, l'interface centrale présente un pic de stratification nettement plus élevé ( $N \approx 4.2 \text{ rad/s}$ ) que celui des autres interfaces ( $N < 1 \text{ rad/s}$ ) comme le montre la figure 3. Ainsi durant toute une phase de l'expérience (travail consommé  $< 450$ ), un saut de densité relativement important persiste à mi-hauteur. L'intensité du pic centrale de stratification diminue jusqu'à une valeur d'environ  $1.5 \text{ rad/s}$  ( $450 < \text{travail consommé} < 550$ ) avant la disparition des interfaces en présence de forts mouvements oscillants : le mélange est important durant cette phase. Puis finalement un état légèrement stratifié est atteint, état qui va tendre vers une homogénéisation complète et rapide. Le changement de comportement observé lors du mélange pour des nombres de Richardson intermédiaires peut sans doute s'expliquer par la mise en résonance de la stratification initiale par la rotation du cylindre intérieur. En effet nous avons alors une vitesse de rotation  $\Omega = 1.5 \text{ rad/s}$  et une stratification interfaciale initiale de  $N \approx 1.4 \text{ rad/s}$ .

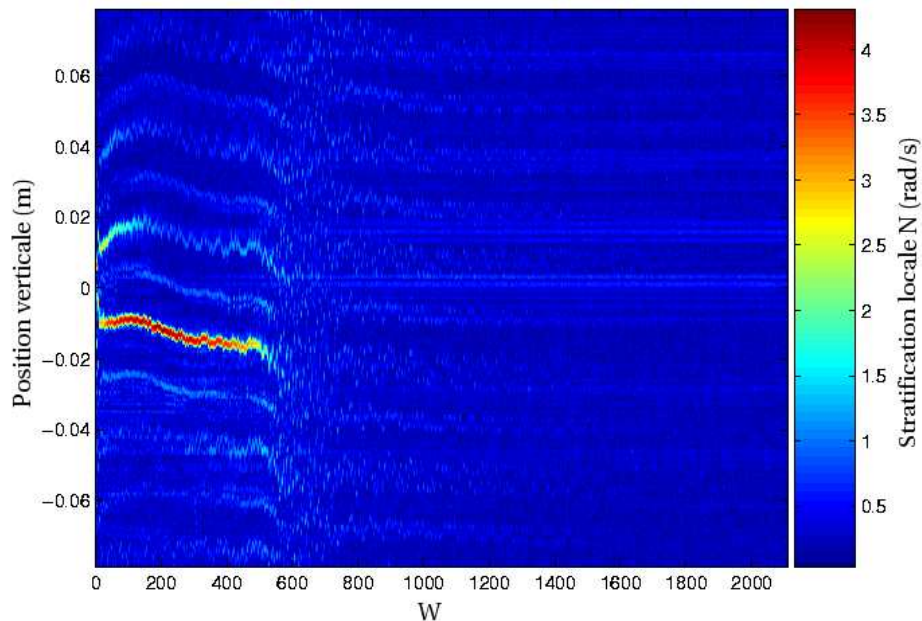


FIG. 3 – Evolution du profil de stratification en fonction du travail consommé  $W$  :  $\mathcal{R}i_0 = 0.35$  ( $\Omega = 1.5 \text{ rad/s}$ ,  $N = 1.4 \text{ rad/s}$ ). Les interfaces sont les lieux de plus forts gradients de densité.

#### 4 Comparaison de l'efficacité globale de mélange des différentes expériences

La durée totale du mélange ( $t_m$ ) pour chaque expérience est définie comme le temps nécessaire pour atteindre 99% du maximum de variation de l'énergie potentielle. A partir de ce temps, on calcule la valeur de l'efficacité globale de mélange  $\mathcal{R}_{f0} = \text{Gain en Energie Potentielle} / \text{travail consommé durant } t_m$  (nombre de Richardson flux). La figure 4 représente les variations de  $\mathcal{R}_{f0}$  en fonction de  $\mathcal{R}i_0$ .

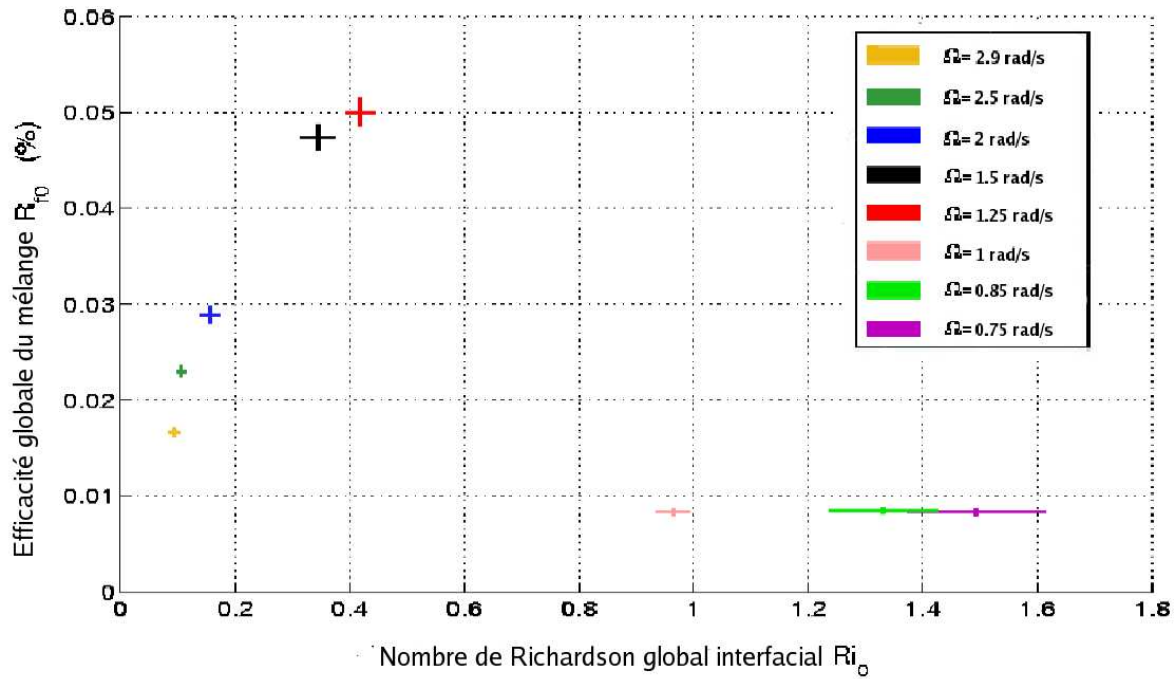


FIG. 4 – Variations de l’efficacité globale de mélange ( $\mathcal{R}_{f0}$ ) des différentes expériences selon la valeur de leur nombre de Richardson global interfacial ( $\mathcal{R}i_0$ )

Le maximum d’efficacité est atteint pour les expériences dont le nombre de Richardson interfacial est voisin de 0.5 ( $\mathcal{R}i_{0cr}$ ), c’est à dire pour les expériences intermédiaires. On observe une décroissance continue de l’efficacité lorsque le nombre de Richardson passe en dessous de sa valeur critique (expériences en régime turbulent). A contrario, lorsque le nombre de Richardson dépasse sa valeur critique, l’efficacité chute d’un facteur cinq. Au delà, l’efficacité est quasi-constante. Cette grande variation de l’efficacité de mélange observée entre les expériences à Richardson intermédiaires et celles à Richardson forts s’explique par la très longue persistance d’un état légèrement stratifié dans le cas des expériences à Richardson forts. Cet état s’achève par une transition brutale vers l’état homogène. Dans les autres cas, le mélange permet d’accéder directement à l’état homogène. Un point supplémentaire sur la courbe de la figure 4 permettra de confirmer l’existence ou non d’un saut d’efficacité au voisinage de  $\mathcal{R}i_0$  égal à 0.5.

Dans ces expériences, le mélange est engendré par l’écoulement secondaire que constituent les vortex de Taylor. Ainsi il n’y a qu’une petite partie du travail consommé qui est réellement disponible pour le mélange, le reste servant à maintenir l’écoulement azimuthale. Ceci justifie les faibles valeurs de l’efficacité. Néanmoins, l’allure générale de la courbe d’efficacité est en accord avec les travaux antérieurs sur le mélange [7, 8]. Balmforth et al [9] expliquent que l’efficacité de mélange évolue de trois façons différentes selon que la production d’énergie cinétique se fait à puissance constante, à force constante ou par équipartition. La figure 4 montre que l’évolution de l’efficacité de mélange selon le nombre de Richardson présente, pour nos expériences, les mêmes variations que celles des expériences réalisées à forces constantes. Ce type de forçage est par ailleurs pressenti car les échelles de longueur sont imposées par la taille de l’entrefer.

## 5 Conclusions

Les expériences de mélange en Taylor-Couette bicouche nous informent de l'existence de régimes de mélange plus ou moins efficaces, caractérisés par des évolutions différentes du profil de densité. Le caractère ondulatoire de l'écoulement apparaît comme un paramètre important au sein du processus de mélange. Nous chercherons donc par la suite à corrélérer les fréquences d'oscillation des interfaces des différentes expériences. Par ailleurs le mélange d'un colorant passif en Taylor-Couette nous montre également que les séparatrices entre les vortex sont des zones préférentielles d'accumulation du colorant. La comparaison de ce type d'expériences avec celles déjà réalisées permettra de dégager l'influence de la stratification sur le mélange.

## Références

- [1] J.A. Smith. Observations and theories of Langmuir circulation : a story of mixing. *Fluid Mechanics and the Environment : Dynamical Approaches*, pages 295–314, 2001.
- [2] S. Leibovich. Convective instability of stably stratified water in the ocean. *J. Fluid Mech.*, 82(3) :561–581, 1977.
- [3] W.R.C. Phillips. On an instability to Langmuir circulations and the role of Prandtl and Richardson numbers. *J.Fluid Mech.*, 442 :335–358, 2001.
- [4] R.C.Di Prima and H.L. Swinney. Instabilities and transition in flow between concentric rotating cylinders. *Topics in Applied Physics*, 45 :139–180, 1981.
- [5] F. Caton, B. Janiaud, and E.J. Hopfinger. Stability and bifurcations in stratified Taylor-Couette flow. *J.Fluid Mech.*, 419 :93–124, 2000.
- [6] B. Dubrulle and F. Hersant. Momentum transport and torque scaling in Taylor-Couette flow from an analogy with turbulent convection. *Eur. Phys. J. B*, 26 :379–386, 2002.
- [7] H.J.S. Fernando. Turbulent mixing in stratified fluids. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 23 :455–493, 1991.
- [8] Y.-G. Park, J.A. Whitehead, and A. Gnanadekian. Turbulent mixing in stratified fluids : layer formation and energetics. *J.Fluid Mech.*, 279 :279–311, 1994.
- [9] N.J. Balmforth, S.G. Llewellyn Smith, and W.R. Young. Dynamics of interfaces and layers in a stratified turbulent fluid. *J.Fluid Mech.*, 428 :349–386, 1998.